Math.p.
58
b

Math. I. 588
Bürger (J. A. P.)

<36622227770019

<36622227770019

Bayer. Staatsbibliothek

R

Transparente Darstellung

einer

ein und zwanzig hundertjährigen, aus Griechenland stammenden

geometrischen Zauberfigur

bei der

am 10. Mai 1830 zur Feier der Anwesenheit der Durchlauchtigsten Regentenfamilie Badens stattgehabten

Beleuchtung Heidelbergs.

Dem Gelehrtenstande Deutschlands hochachtungsvoll gewidmet

von

L. A. P. Bürger,

Großherzoglich Badischem Renovator.

Heidelberg,

Druck und Verlag von Georg Reichard.

1833.

Vollständig erwiesene,

von den ältesten Zeiten bis jetzt noch unberichtigt gewesene

Theorie der Parallellinien,

ein

höchst wichtiger und interessanter Gegenstand der Geometrie.

Nebst

einer Critik mehrerer bisher erschienener Paralleltheorien, und Anführung anderer neuerfundener geometrischer Gegenstände, besonders der Theorie der geraden Linie, der Ebene, der Quadratur des Kreises und mehrerer Beweise des Pythagoräischen Lehrsatzes, vereint mit wichtigen Bemerkungen, die praktische Geometrie betreffend.

Für

Geometer, Freunde der Geometrie, öffentliche und Privatanstalten dieser Wissenschaft, das ganze rechnende Publikum, und zu nützlicher Anwendung bei der Landeskultur geeignet. Mit zwei Figurentafeln und einigen autobiographischen Notizen versehen.

Von

L. A. P. Bürger,

Großherzoglich Badischem Renovator.

Heidelberg,

Druck und Verlag von Georg Reichard.

1833.

Bayerische Staatsbibliothek München

Geliebtes Bild,
Das mir mit Glutentzücken
Die Seele füllt!

Hölty.

1815

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Aus der beschränkten Stille meines jetzigen Wirkungskreises, in den mich eine im mühevollen Berufe erkrankte Hülle fesselt, trete ich abermals vor dem gelehrten Publikum auf, um seiner Prüfung ein Erzeugniß meines Nachdenkens aus dem Gebiete der wichtigsten philosophischen Wissenschaft vorzulegen. Mit der Anspruchslosigkeit, die mir des Sokrates bescheidner Spruch: «unum scio, quod nihil scio» empfiehlt, biete ich das durch mühsame Forschung Gewonnene zur strengen und gründlichen Beurtheilung dar.

Bevor ich jedoch diese Schrift in ihren Einzelnheiten entfalte, muß ich eine historische Bemerkung voraussenden, welche mit dem Ursprung jener in der nächsten Verbindung steht. Bei dem glücklichen Zusammentreffen des Jahrestags der Erfindung eines Beweises für die Paralleltheorie mit jenem glorreichen Tage, an welchem unser hochgefeierter Großherzog Leopold, des Vaterlandes Vater und der Künste und Wissenschaften Mäcen, den Thron seines unsterblichen Vaters bestieg, erwachte in mir zunächst der Gedanke an die transparente Darstellung einer geometrischen Figur. Sie sollte meine kleine Gabe zu der Feier der Verehrung und Liebe seyn, welche die Bewohner unserer Stadt bei der Anwesenheit des

Badischen Fürstenhauses durch eine prunkvolle Beleuchtung veranstalteten. Diese transparente Darstellung wurde mir nachher die Veranlassung zur Herausgabe dieser in vier Abschnitte getheilten Abhandlung.

Dem Ganzen geht eine kurze Beschreibung der transparenten Darstellung genannter Figur voran; ihr folgt Etwas aus der Geschichte dieses Gegenstandes, welches die hohe Wichtigkeit desselben in der Geometrie und die bisher so tief gefühlten Schwierigkeiten beurkundet, ihn in größter Klarheit darzustellen. An das Geschichtliche desselben reiht sich der erste Abschnitt an, in welchem der reine Beweis der Paralleltheorie vorgetragen ist. Der zweite Abschnitt gibt die in öffentlichen Blättern laut gewordenen Urtheile über diese Theorie und zeigt, wie sehr man sich bei Beurtheilung derselben getäuscht habe. Der dritte Abschnitt bietet mehrere interessante Gegenstände der Geometrie dar, und der vierte enthält einige biographische Notizen in Bezug auf mich, deren Bewegungsgründe §. 22. andeutet. Den Schluß der Abhandlung macht ein Vorschlag zur Verfassung eines nützlichen geometrischen Buchs. Den summarischen Inhalt gibt in Kürze das beigefügte Verzeichniß an.

Die Wahl zweier Titelblätter wird die ihr zum Grunde liegende Absicht rechtfertigen. Hätte ich dem Titel des Buchs etwa nur die Form gegeben: „Vollständige Theorie der Parallellinien", oder so, wie sie auf dem zweiten Blatte sich zeigt, so würde diesem Titel das Anziehende gemangelt haben; denn eines Theils ist mein Name im mathematischen Publikum nicht gefeiert genug, um durch seinen Klang allein die Aufmerksamkeit der gelehrten Welt erre-

gen zu können, andern Theils belehrte mich die Erfahrung, daß man auf „vollständig erwiesene Paralleltheorieen" nur wenig hält, indem die mathematischen Denker neuerer Zeiten nur allzusehr dem befangenden Glauben huldigen, einen Beweis für diese Lehre zu ergründen, gehöre in das Reich der Unmöglichkeit. Diese Umstände bedingten daher einen andern Titel, um die Blicke derjenigen, denen diese Blätter begegnen, zu sorgsamer Beschauung und eindringender Prüfung derselben hinzuwenden und eine edle Neugierde nach dem Dargebotenen in ihnen zu erwecken. Ich glaubte dazu nichts Geeigneteres zu finden, als die vorzugsweise Erwähnung der transparenten Darstellung einer geometrischen Figur, welche als eine neue und überraschende Erscheinung hervortritt.

Wohl möchte manchem Leser der Ausdruck Zauberfigur allzu gesucht und hochstrebend erscheinen, wenn nicht wirklich etwas Bezauberndes oder gleichsam Berückendes in dieser Figur selbst läge; denn sie war im Stande, ein und zwanzig Jahrhunderte hindurch so viele mathematische Geister aller Nationen in beständig reger Thätigkeit und Forschung zu erhalten. Jetzt freilich hat sie ihre Zauberkraft verloren, indem sie sich nun eben so leicht erweisen läßt, wie jede andere geometrische Figur.

Alles dasjenige aber, was beide Titelblätter berühren, wird man in der Abhandlung selbst treu angeführt finden. Wohl darf ich mich daher der Hoffnung hingeben, daß solche, da sie für die Wissenschaft sowohl als für das praktische Leben Interesse darbietet, sich nicht nur für alle Geometer und Critiker der Paralleltheorie, sondern auch für den Schul-

unterricht in der Geometrie, für die Freunde dieser Wissenschaft, für das ganze rechnende Publikum und selbst für die Landeskultur als brauchbar bewähren werde.

So sende ich denn dieses in Schmerzen geborne Kindlein meiner stillen Muße in die geräuschvolle Welt, mit der freudigen Ahnung und dem tief gefühlten Wunsche es begleitend, daß es jetzt eine glücklichere Aufnahme und sorgsamere Pflege im Schooße der Gelehrsamkeit finden möge, als früher. Der schönste Ehrenpreis für meine angestrengten Bemühungen wird es seyn, wenn man mein Bestreben zur Beförderung einer mir so theuern Wissenschaft, zu welcher mich selbst die kühle Nähe meines greisen Lebenswinters immer mit neuer Wärme hinzieht, nicht durch leichten Überflug dieser Blätter verkennt.

Heidelberg, im December 1832.

Bürger.

Inhaltsverzeichniſs.

Seite

Transparente Darſtellung einer geometriſchen Zauberfigur . . . 1

Auszüge aus Schriften über Paralleltheorien, welche zum Beweis dienen, wie wichtig, aber auch wie ſchwierig der Gegenſtand der Paralleltheorie in der Geometrie iſt 4

Erſter Abſchnitt. Vollſtändige Theorie der Parallellinien und zwar reingeometriſcher Beweis vom 11. Euklid. Axiom . . . 14

Die drei Hauptgrundlagen beim Beweis des 11. Euklid. Axioms . 22

Wozu dieſes Axiom bei der Theorie der Parallelen gebraucht wird §. 6. 23

Zweiter Abſchnitt. Beurtheilung vorſtehender Paralleltheorie in öffentlichen Blättern 25

Erdichtetes Geſpräch zweier Perſonen über die Beweisart des 11. Axioms, veranlaßt durch die Bemerkung eines Recenſenten in den Heidelberger Jahrbüchern der Literatur 39

Fortſetzung der Beurtheilung vorſtehender Paralleltheorie in öffentlichen Blättern ꝛc. 46

Wo dieſe Paralleltheorie eigentlich einen Ehrenplatz erhielt . . . 55

Beſchreibung meines Siegels 58

Bitte an die Herrn Redakteurs öffentlicher Blätter 60

Nachträgliche Bemerkungen, die bisher vorgetragene Paralleltheorie betreffend 61

Wie oft das mathematiſche Publikum auf die wichtigſte Stelle dieſer Paralleltheorie iſt aufmerkſam gemacht worden, wozu auch noch meine nothgedrungene Erklärung wegen eben dieſer Paralleltheorie (Karlsruhe bei Marx 1825) gehöret. 64

Preisfragen, die Auffindung eines Beweiſes in der Paralleltheorie betreffend 66

Dritter Abſchnitt. Von geometriſchen Gegenſtänden verſchiedener Art, die meiſtens einſtweilen nur angekündigt und wegen angeführten Urſachen erſt in der Folge herausgegeben werden können 68

Die theoretischen Gegenstände sind nun:

Theorie der geraden Linie 69
Vollständige Theorie der Ebene. Eine neue und merkwürdige Erscheinung im Gebiete der Mathematik, nebst demjenigen, was die Veranlassung dazu gab 71
Euklids Grundsatz, im ersten Satz des 10. Buchs seiner Elemente, als Wahrheit erwiesen 76
Critik mehrerer bisher erschienener Paralleltheorien 76
Eine andere Erklärung vom geradlinigen Winkel 77
Was bisher noch ferner in öffentlichen Blättern über meine Paralleltheorie ist geurtheilt worden 77
Kurzer Vortrag der Paralleltheorie, für Schulen und andere Lehranstalten geeignet 78
Einige meiner neu aufgefundenen Sätze, die einstweilen ohne Beweis gegeben werden, und dazu dienen sollen, damit die schon etwas vorgerückten Anfänger der Geometrie solche selbst aufsuchen mögen; als wirksames Mittel betrachtet, den Verstand zu schärfen und sich an das Nachdenken zu gewöhnen 79
Zweiter vollständiger Beweis von der Theorie der Parallellinien . 80
Eine Parallele, in Betreff der ersten und zweiten Beweisart der Paralleltheorie 81
Einige meiner theils frühern, theils spätern Versuche zur Auffindung eines Beweises in der Paralleltheorie, die aber sämmtlich die gehörige geometrische Schärfe nicht besitzen 81
Neue einfache Beweise vom Pythagoräischen Lehrsatze 82
Wie durch Zufall gefunden wurde, zwei Quadrate in ein Rechteck zu verwandeln 83

Praktische Gegenstände, die Geometrie betreffend.

Vortheilhafte, für Jedermann eingerichtete, Multiplications-Tafeln, die noch bei vielen andern Rechnungsarten brauchbar sind und wovon in gegenwärtigem Buche schon ausführlicher gehandelt wird 84
Der Hauptgrund dieser Tafeln, nebst Rechnungsbeispiel 85
Für den Geometer sind diese Tafeln beim Gebrauch hinlänglich . 86
Jene, die keine geometrische Kenntnisse besitzen, können sich eben so vortheilhaft und leicht dieser Tafeln bedienen 87

Von den Quadratzahlen 88

Von Ausziehung der Quadratwurzel 89

Fernere Anwendung der Tafeln bei einigen geometrischen Aufgaben 90

Anweisung, wie jede Ziffer in den Tafeln geprüft werden kann; dann Gewährleistung für jeden Fehler, den man außer den angezeigten noch in den Tafeln finden sollte 91

Ankündigung neuer Divisions-Tafeln 92

Was über meine Multiplications-Tafeln in öffentlichen Blättern ist geurtheilt worden 92

Die Centnerschwer'schen Multiplications-Tafeln betreffend, die sich gleichfalls wie die meinigen, auf die Formel $ab = \left(\frac{a+b}{4}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{4}\right)^2$ gründen 98

Was die Veranlassung war, daß etwas aus der Geschichte der Erfindung meiner Multiplications-Tafeln erwähnt wird . . . 101

Vortheilhafte, für die Landescultur höchst wichtige Feldeintheilung zu Seckenheim bei Mannheim, wovon in gegenwärtigem Buche gleichfalls etwas ausführlich gehandelt wird 109

Darstellung der Vortheile, welche aus der Seckenheimer Feldeintheilung hervorgingen 113

Besondere Bemerkungen, die Nützlichkeit einer bessern Feldeintheilung betreffend 115

Wie die Seckenheimer Feldeintheilung bereits vom In- und Auslande ist aufgenommen worden 121

Nachtrag, die Feldeintheilung betreffend 131

Mehrere, aus der Erfahrung geschöpfte, noch zur praktischen Geometrie gehörige Gegenstände 132

Nöthiger Anhang, worin einiges von demjenigen vorkommt, was in gegenwärtigem Buche Seite 76 und 78 einstweilen nur angedeutet wurde 138

Vordersätze, die bisher als Grundlagen zu Paralleltheorien gebraucht wurden 139

Vergleichung der bisher vorgetragenen Grundlagen von Paralleltheorien mit jenen, die §. 3. vorkamen 154

Wie vorliegende Abhandlung, hinsichtlich der Paralleltheorie, in den öffentlichen Unterrichtsanstalten, wie auch beim Privatunterricht der Geometrie gebraucht werden könnte 159

Wißbegierige Anfänger, welche die interessante Theorie der Parallelen kennen lernen wollen, mögen auch die, S. 154 angeführte Vergleichung vorgetragener Grundlagen von Paralleltheorien mit jenen §. 3. gegebenen, nicht übergehen 161

Die Quadratur des Kreises 162

Vierter Abschnitt. Einiges aus meinem Leben.

Von meinem Großvater, meinen Aeltern und meinem ältern Bruder 170

Von meinem jüngern Bruder und von mir 179

Eintritt in eine andere Sphäre, worin ich mich der praktischen Geometrie widmete 185

Mein geometrisches Studium 190

Meine Prüfung als praktischer Geometer und mein bald darauf erhaltenes Annahmsdekret als Renovator 192

Meine geometrische Vermessung eines beträchtlichen an mehreren Stellen mit Wasser überfüllten Distrikts, der urbar gemacht werden sollte 194

Wie nachher die höchste Regierung diese wirklich zu Stand gebrachte Urbarmachung anerkannte 194

Wie bei dieser Vermessung meine Gesundheit unwiederbringlich zerstört wurde 195

Meine geometrische Vermessung im Winter 196

In welchem Zustande ich mich jetzt befinde 200

Vorschlag, wie ein nützliches geometrisches Buch etwa zu Stande gebracht werden könne 205

Transparente Darstellung
einer
geometrischen Zauberfigur.

Als am 30. März 1830 Seine Königliche Hoheit unser durchlauchtigster allgemein hochgefeierter Großherzog Leopold an die Regierung kam, und dieser Tag gerade der Jahrestag war*), an dem ich 15 Jahre früher eine höchst wichtige Erfindung in der Geometrie, nämlich in der stets unerwiesen gewesenen Paralleltheorie gemacht hatte, da fuhr mir der Gedanke mit Blitzesschnelle durch die Seele, wenn, wie es wegen des geliebten Landesvaters zu hoffen war, die Stadt Heidelberg bei der beglückenden Anwesenheit der Allerhöchsten und Höchsten Herrschaften beleuchtet werden würde, so wollte auch ich mein Scherflein dazu beitragen und das 11te Euclidische Axiom in transparenter Darstellung zeigen. Dieses geschah nun auch an dem unvergeßlich denkwürdigen Tage des 10. Mai 1830. Die Figur nebst den dabei befindlichen Worten war, wie folgt, zu sehen:

Der erhabene **Leopold**
Ist auch den Wissenschaften hold.

---

*) Zum Beweis, daß dieser Tag auch wirklich der Jahrestag der Erfindung in der Paralleltheorie war, dienet Folgendes: In der Vorrede meiner vollständigen Theorie der Parallellinien nebst An=

Es war auffallend, wie eine Menge von Leuten diese einfache, bloß aus 3 geraden Linien bestehende Figur betrachtete, bei der sich viele der Vorübergehenden oft länger verweilten, als es bei manchen Inschriften zu geschehen pflegte. — Was mag wohl die Ursache gewesen seyn? Gewiß nur, weil der sonderbare und fremdartige, ohne alle weitere Erklärung gegebene Gedanke gegen den übrigen beleuchteten prachtvollen Gegenständen sehr auffallend vorkommen mußte. Man vermuthete gewiß nicht, daß eben diese Figur schon der Gegenstand des tiefsten Nachdenkens unzähliger Mathematiker aller Zeiten gewesen ist, weil ohne die Berichtigung derselben die Elementar-Geometrie nur auf lockern Boden gebaut ist. Groß war daher meine Seelenfreude über die gelungene Berichtigung, und ich konnte im Hochgefühl derselben mich nicht enthalten, diese einfache Figur nebst der Jahrzahl 1815 auf mein Siegel graviren zu lassen. Nur im Großherzogthum Baden und sonst nirgends, weder in Deutschland noch anderswo in Europa, hat dieses glückliche Ereigniß statt gefunden.

Bei der transparenten Darstellung dachte man vielleicht: Können wohl zwei gegen einander geneigten geraden Linien, von einer dritten durchschnitten, von solcher Wichtigkeit seyn, daß man der Mühe werth hält, sie gerade zu einer Zeit öffentlich zur Schau zu stellen, sie gegen so vielen sinnreichen Transparent-Gemälden, Inschriften und Verzierungen*) nothwendig

---

merkungen über andere bisher erschienene Paralleltheorien (2te Ausgabe, Carlsruhe bei Marx, 1820) heißt es: „Dieses immerwährende stets fruchtlose Nachdenken, wobei mir auch nicht die „geringste Erholung vergönnt war, dauerte fort, bis das Frühjahr — und mit ihm der glückliche Tag herannahte: Es war „der 30. März 1815 u. s. w."

*) In der von Leopold Zschiegner verfaßten Denkschrift — Darstellung der Feierlichkeiten bei dem Empfang und Verweilen Ihrer Königlichen Hoheiten, des Herrn Großherzogs und der Frau Großherzogin, Leopold und Sophie, am 9. und 10. Mai 1830 zu Heidelberg (Druckerei von August Oßwald) — heißt es Seite 19: „Den Beschluß der veranstalteten Feierlichkeiten zur Verherrlichung „des Fürstenfestes machte eine reiche, überaus prachtvolle Beleuchtung des Weichbildes der Stadt, zu deren Darstellung die Feder

einen grellen Abstand haben müssen? — Andere, die mich besser kannten, und auch schon die Bedeutung der Figur auf meinem Siegel wußten, waren vielleicht der Meinung, daß diese drei Linien doch ihren großen innern Werth haben müßten. Es müßte sich ja B. vor der Welt schämen, wenn dieser Gegenstand, aus dem er so viel Wesen macht, von Sachkennern näher untersucht und für fehlerhaft erklärt würde!

In der Folge geschahen mehrere Nachfragen darnach, welche mich bewogen, diese tiefbedeutende Figur sammt ihrer Erklärung im hiesigen Wochenblatt vom 12. Juli 1830 abzubilden, wobei es heißt:

„Diese einfache und unbedeutend scheinende Figur stellt „das 11te Euclid. Axiom (Grundsatz) in der Geometrie „vor, und ist von einem solchen großen Nutzen, daß diese „Wissenschaft ohne sie nicht fest begründet werden kann."

„Bisher war der Beweis von diesem Axiom noch nicht „gefunden. Darum das, seit mehr als zweitausend Jahren" (Euclid, der griechische Geometer, von dem es seinen Ursprung hat, lebte 300 Jahre vor Christi Geburt) „vergebliche Bestreben der berühmtesten Mathematiker aller Nationen, „um den Beweis davon zu erforschen, der endlich am 30sten „März 1815 an demjenigen Fenster, unter welchem die transparente Beleuchtung dieser merkwürdigen Figur geschah, ge„funden wurde."

Vorstehende Begebenheit, in Ansehung der Bedeutung der Figur, wird vielleicht manchem gründlichen Geometer, also noch vielmehr den Anfängern der Geometrie ein Räthsel seyn.

Der Grund davon läßt sich leicht darthun, weil in den meisten Schulen selten die Schwierigkeiten in der Paralleltheorie erwähnt, noch weniger auseinandergesetzt werden. Da nun die Theorie der Parallelen die unwiderstehliche Anschauungs-

---

„keine Züge, der Gedanke keine Worte findet. Keiner — habe „er auch Alles mit dem aufmerksamsten Blicke beschaut, vermag „die reizenden Einzelheiten zu schildern, die diese Beleuchtung so „ausgezeichnet machten" — u. s. w.

kraft zur Seite hat, so kommt es auch, daß viele gründliche Geometer nicht einmal diesen Flecken, wie sich Metternich ausdrückt, kennen. Spricht man nun mit solchen über diesen wichtigen Gegenstand der Geometrie, wie ich hinlänglich aus Erfahrung weiß, so halten sie ihn nicht für so wichtig, und geben sich auch nicht einmal die Mühe, die Gründe aufzusuchen, warum er so bedeutungsvoll seyn soll. Es wird daher sehr dienlich seyn, zuerst anzuführen, wie sich sachverständige und erprobte Männer über diesen Gegenstand geäußert haben.

I. Aus der neuentdeckten Theorie der Parallelen von M. J. Schultz, 2te Ausgabe. Königsberg 1786.

Vorrede Seite 1. Es ist in der Geschichte der menschlichen Vernunft immer eine merkwürdige Erscheinung, daß Wahrheiten, die dem Verstande ganz nahe liegen, demselben gleichwohl durch eine Reihe von Jahrhunderten so verborgen bleiben können, daß auch die größten Köpfe ihr Nachsinnen vergebens daran üben, da hingegen Wahrheiten, deren Entwickelung eine lange Kette der mühsamsten Schlüsse erfordert, nicht selten schon in dem frühesten Zeitalter der Welt entdeckt worden. So ist es in der Geometrie mit der Demonstration der Lehre von den Parallelen gegangen. Ich müßte einen sehr ausschweifenden Grad von Eigenliebe besitzen, wenn ich mich mit den großen Männern, die an der Entdeckung dieser Demonstration vergeblich gearbeitet haben, z. E. mit einem Wolf, Haußen, Segner, Kästner, Karsten und andern messen wollte. Indessen hat mir die Vorsehung das Vergnügen gegönnt, nach vielfältigen Versuchen endlich die ganze Schwierigkeit glücklich zu heben, und jetzt dem Publico von dieser Lehre nicht nur eine, sondern drei verschiedene Demonstrationen zu liefern, die so ungekünstelt, so kurz und zugleich so evident sind, daß es fast unbegreiflich scheint, wie sie der Scharfsinnigkeit der Geometer so lange Zeit habe entgehen können u. s. w.

Ferner Einleitung S. 1. Die Lehre von den Parallellinien ist für jeden gründlichen Geometer bisher ein Gegenstand gewesen, an den er nicht anders, als mit einer Art von Unzufriedenheit denken konnte. Er, der in seiner Wis-

senschaft gewohnt ist, Alles, was er behauptet, ganz apodiktisch zu beweisen, sah sich hier in einer gänzlichen Verlegenheit, und mußte, wenn er nicht seine Lehrlinge durch falsche Beweise hintergehen wollte, das unangenehme Geständniß thun, daß hier eine Lücke bliebe, die kein Geometer ausfüllen könnte. Herr Hofrath Kästner sagt hierüber in seiner Zuschrift an Herrn Klügel: Nil igitur superest quam ut *concedi petamus* ab artis nostrae Studioso, quod sanus negare nemo potest. Ita aperte, ut decet veri purissimi custodes, cum illo agimus et aequitati ejus acceptum ferimus, quod alii nobis magis vafri velut summo jure debitum ab eo extorquent.

Nun hat dieses zwar bei solchen Sätzen, auf welchen keine weitere Theorie aufgeführt werden darf, nicht viel auf sich. Denn in welcher Art von Erkenntnissen gibt es nicht leere Räume, die der menschliche Verstand vergeblich auszufüllen sucht? So verhält es sich unter andern mit der Schwierigkeit, die sich bei dem Berührungswinkel des Kreises findet. Es ist unangenehm, die sonst so harmonisch denkenden friedfertigen Geometer hier so sehr entzweit zu sehen, sehr unangenehm, in einer Wissenschaft, wo sonst lauter Evidenz herrscht, hier nicht nur Dunkelheit, sondern selbst Widersprüche zu finden, die, wenn sie auch bloß scheinbar wären, sich doch bisher nicht auf eine völlig befriedigende Weise haben tilgen lassen. Allein gesetzt auch, daß diese Schwierigkeit nie mit vollkommener Evidenz aufgelöset würde: so leidet doch das System der Geometrie selbst hiedurch nicht, sondern dieses behält seine Würde und Festigkeit, man mag vom Berührungswinkel des Kreises denken, was man wolle.

Eine ganz andere Bewandniß aber hat es mit der Lehre von den Parallellinien. Diese ist die Grundlage, auf welcher beinahe das ganze Gebäude der Geometrie ruhet. Ohne diese läßt sich nicht einmal die Möglichkeit eines Quadrats beweisen, und von den Verhältnissen der Linien, Flächen und Körper, die doch das Hauptobjekt der Geometrie ausmachen, fast gar nichts lehren. So lange daher die Lehre von den Parallellinien nicht apodiktisch erwiesen ist, so ist alle Strenge in den Beweisen der übrigen Sätze umsonst, dem ganzen, so vor-

trefflich fest verknüpften, Gebäude der Geometrie fehlt alsdann nur das Einzige, daß es keinen festen Boden hat, und obgleich die Lehre von den Parallellinien von der Art ist, daß man sich theils in jedem einzelnen Falle von ihrer Wahrheit durch die Erfahrung überführen kann, theils dieselbe auf verschiedene Arten so sehr erläutern kann, daß man keinen Grund vor sich sieht, an ihrer Wahrheit zu zweifeln, und es daher Unvernunft seyn würde, sie nicht zu glauben; so wird hierdurch doch wenigstens die Geometrie entweder zu einer bloßen empirischen Kenntniß herabgewürdiget, oder sie ist höchstens nichts weiter, als ein vernünftiger Glaube, nicht aber, was sie seyn soll, das Ideal einer reinen Vernunftwissenschaft. Darf man sich also wohl wundern, wenn die Geometer von jeher sich um eine strenge Demonstration dieser Lehre so sorgfältig bemüht haben, und noch bis jetzt die Entdeckung derselben so sehnlich wünschen?

II. Aus Kästner's Anfangsgründen der Arithmetik, Geometrie ꝛc. 5te vermehrte Auflage. Göttingen 1792.

Vorrede Seite 6. Die Schwierigkeit, welche sich bei der Lehre von den Parallellinien findet, hat mich schon seit vielen Jahren beschäftiget. Ich glaubte, sie wäre in Hausen's Elementis Matheseos völlig gehoben. Der vormalige Prediger bei der französischen Gemeinde zu Leipzig, Mr. Coste, benahm mir diese Zufriedenheit, als er mir einmal bei dem Umgange, den er mir oft gönnte, anzeigte, es sey an dem angeführten Orte von Hausen ein Schluß gemacht worden, der nicht folge. Ich entdeckte diesen Fehler bald selbst und bemühte mich von der Zeit an, die Schwierigkeit selbst, zu heben, oder Schriftsteller zu finden, die sie gehoben hätten, aber in beider Absicht vergebens, ob ich gleich fast eine kleine Bibliothek von einzelnen Schriften oder Anfangsgründen der Geometrie sammelte, wo dieser Gegenstand besonders war betrachtet worden.

III. Aus der Kritik der Parallel-Theorie von Joh. Jos. Ign. Hoffmann, worin die Darstellung

und Prüfung von siebenzehn verschiedenen Systemen vorkommt, nebst zehn Kupfertafeln. Jena 1807.

Vorerinnerung Seite V. Die für die Elementar-Geometrie so äußerst wichtige Lehre von den Parallellinien beschäftigte den Scharfsinn der vortrefflichsten Geometer seit den ältesten bis zu den neuesten Zeiten. Noch keinem ist es gelungen, die bekannten Schwierigkeiten, welche sich in dieser intricaten Materie entgegenstellen, auf eine streng geometrische Art zu beseitigen und das System der Parallelen mit mathematischer Evidenz darzustellen.

Die Vortrefflichkeit der Aufgabe reizte die scharfsinnigsten mathematischen Köpfe, aus mehreren Nationen, zur Auflösung; es erschienen Versuche über Versuche, zur Berichtigung dieser Lehre; aber es gelang keinem Einzigen, diesen gordischen Knoten zu lösen, und die Wahrheit des eilften Euklidischen Axioms gegen die Angriffe des feinern Scepticismus zu schützen.

IV. Aus der vollständigen Theorie der Parallellinien von Mathias Metternich. Mainz 1815.

Vorrede Seite III. Die Geometrie, diese, von allen philosophischen Sekten und zu allen Zeiten so hochgepriesene Wissenschaft, wegen der strengsten Wahrheiten in ihren einzelnen Sätzen, und wegen der musterhaftesten Methode im Anreihen und Verketten dieser Sätze, die Geometrie hatte an der Stelle, wo die Lehre von den Parallellinien eintrat, und, wegen des stufenmäßigen Zusammenhangs ihrer Lehrsätze, nothwendig eintreten mußte, eine Lücke (die unerwiesene Wahrheit des obigen eilften Grundsatzes); es war die einzige — die aber von jedem Selbstdenker lebhaft und mit dem größten Wunsche gefühlt wurde, sie ausgefüllt zu sehen. Dieses Gefühl hatte die mannichfaltigen Bemühungen der berühmtesten Mathematiker, die Kette der geometrischen Wahrheiten an dieser Stelle zu ergänzen, zur Folge, und so die erste aller Wissenschaften von dem einzigen Flecken zu reinigen.

Dann heißt es Seite V. So arm die Geometrie zu

Anfange, und zwar bis zu der Stelle, wo die Lehre der Parallellinien eintreten muß, an Vordersätzen zu seyn scheint, welche durch Entwicklungen das gehörige Licht und die Lösung des, zu versteckt liegenden, Knotens herbeiführen könnten, so übermäßig viele Ansichten bieten sich dem Forscher, der die Auflösung suchen will, sogleich dar, daß schon die Wahl der ersten Grundlage schwer wird; dieses, und zumal wenn, im Verlaufe der Forschungen, es mehrmal zu geschehen pflegt, daß die gewählten Grundlagen unhaltbar gefunden werden, macht die Arbeit abschreckend, weil auch jeder Schritt von dem quälenden Gedanken begleitet wird: Vielleicht auch nun wieder ist dieses Mühen ohne Erfolg. Das ist meine Erfahrung.

Zu drei verschiedenen Epochen meines literarischen Lebens habe ich der Versuche viele, und jedesmal bis zur völligen Geisteserschöpfung gemacht. Ich entdeckte zwar bald, daß der Karsten'sche und Legendre'sche Weg gar nicht zum Ziele führen könne, weil dieses Ziel sich mir zwar jedesmal, und immer am Anfange des begonnenen Weges, in der Ferne, dunkel zeigte, aber bei'm weitern Fortschreiten sich ganz aus dem Auge verlor.

V. Aus dem 63sten Stück der Göttinger gelehrten Anzeigen vom 20. April 1816.

Es wird wenige Gegenstände im Gebiete der Mathematik geben, über welche so viel geschrieben wäre, wie über die Lücke im Anfang der Geometrie be Begründung der Theorie der Parallellinien. Selten vergeht ein Jahr, wo nicht irgend ein neuer Versuch zum Vorschein käme, diese Lücke auszufüllen, ohne daß wir doch, wenn wir ehrlich und offen reden wollen, sagen könnten, daß wir im Wesentlichen weiter gekommen wären, als Euklides vor 2000 Jahren war. Ein solches aufrichtiges und unumwundenes Geständniß scheint uns der Würde der Wissenschaft angemessener, als das eitle Bemühen, die Lücke, die man nicht ausfüllen kann, durch ein unhaltbares Gewebe von Scheinbeweisen zu verbergen 2c.

VI. Aus den Heidelberger Jahrbüchern der Literatur, 11r Jahrg. Heidelberg 1818. S. 689.

Es gibt nicht leicht eine wissenschaftliche Aufgabe, welche die schöpferische Kraft des Geistes, aber auch keine, welche dessen Beschränktheit auffallender beweiset, als die berühmte (und man kann sagen, berüchtigte) Lehre von den Parallellinien in der Geometrie. Die vortrefflichsten Geometer des Alterthums und der neuesten Zeiten haben vergeblich versucht, auf dieser dornenreichen Bahn das schwere Ziel zu erringen und den Lorbeer zu erkämpfen. In der That verdienet die Mannichfaltigkeit der Gesichtspunkte, woraus man einen so einfach scheinenden Gegenstand in's Auge gefaßt hat, die Bewunderung des forschenden Denkers. Wenn dieser bei dem fast unglaublichen Scharfsinne, womit viele dieser Parallelen-Theorieen durchgeführt sind, am Ende dennoch ihre Unzulänglichkeit in der Hauptsache erkennt, so bemächtigt sich seiner das Gefühl jener menschlichen Demuth und Bescheidenheit, welches die Mathesis mit der Etik verbindet, und den Menschen gegen blinden Stolz und Eigendünkel schützt 2c.

VII. Aus der Jenaer allgemeinen Literaturzeitung vom Jahr 1821. Nr. 151. Seite 241.

Die Schwierigkeit in der Theorie der Parallellinien hat, seit Euklid's Zeiten, schon so viele Versuche zur gründlichen Hebung veranlaßt, ohne daß doch irgend Einer, genau genommen, etwas Besseres, als Euklid, gegeben, daß man diesen Gegenstand fast für erschöpft ansehen, und wenn gleich noch nicht die mathematische Unmöglichkeit des Verlangten dargethan ist, doch mit großer Wahrscheinlichkeit behaupten kann: der bekannte 11te Grundsatz des Euklid fordere, wenn man ihn beweisen wolle, immer eine willkührliche Annahme, die mehr oder minder versteckt, ihn selbst wieder enthalte. Wollte man die Anzahl der verschiedenen eingeschlagenen Wege bloß nach denen beurtheilen, die durch den Druck bekannt geworden sind: so würde man wahrscheinlich sie viel zu gering schätzen. Gewiß hat jeder Mathematiker, der nur etwas über die Elemente hinausgegangen ist, sich einige Zeit auch mit dieser Theorie beschäftigt, und das Schweigen vieler der berühmtesten Männer über diesen Punkt, kann als vollgültiger

Beweis angesehen werden, daß sie nichts Befriedigendes gefunden haben. Um so auffallender ist die große Anzahl von Versuchen, die in dem letzten Decennium bekannt geworden sind. Fast jede Messe beschenkt uns mit einigen, von denen freilich die große Anzahl von Verfassern herrührt, die den eigentlichen Streitpunkt gar nicht gekannt zu haben scheinen ꝛc.

VIII. Aus der Theorie der Parallellinien von F. A. Taurinus. Köln am Rhein 1825. Seite III.

Unter allen Wahrheiten der Geometrie ist unstreitig keine von so tiefer Bedeutung und für die Begründung der gesammten Wissenschaft der Geometrie so wichtig, dabei sind wenige von so anscheinender Leichtigkeit und doch so eigenthümlicher Schwierigkeit des Beweises, als diejenige, welche die Grundlage einer befriedigenden Theorie der Parallellinien ausmacht.

So lange diese Lehre nicht gegen allen Zweifel und Einwand fest begründet dasteht, beschränkt sich unser unbestreitbares geometrisches Wissen auf eine geringe Anzahl Sätze von wenigem Werth und dem ganzen bewundernswürdigen System der Geometrie, so weit es auf dem unsichern Fundament beruht, wie consequent und vollendet es auch in sich selbst seyn, mit welchen Ansprüchen auf apodiktische Gewißheit es auch auftreten mag, wie sehr es durch die genaueste Uebereinstimmung mit der Erfahrung und die allumfassendste Anwendung als untrüglich zu bewähren scheint — darf so lange die unbedingte Gültigkeit abgesprochen werden, bis es den Bemühungen der Mathematiker gelungen seyn wird, die fehlenden Beweise herbeizuschaffen.

Von der Theorie der Parallellinien erwartet man nichts Geringeres, als die Beantwortung der Frage: ob die Geometrie, so wie sie Euklides vorgetragen hat, die einzig wahre, die einzig mögliche sey? Die Philosophie selbst scheint von einer gründlichen Behandlung dieser Lehre über das wahre Wesen einer der ursprünglichsten und allgemeinsten Vorstellungen — des Raumes — entweder neue wichtige Aufschlüsse, oder doch wenigstens die sichere Bestätigung früherer Ansichten sich versprechen zu dürfen, und Kant, als er die äußere Erfahrung den Gesetzen der Geometrie unterwarf, ließ es unbe-

merkt, daß die absolute Wahrheit der meisten dieser nämlichen Gesetze doch wohl noch den Angriffen eines mathematischen Scepticismus ausgesetzt sey.

Man hat die Erfindung des Pythagoras zu aller Zeit bewundert, allein wie schön und wichtig sie auch ist, muß sich doch ein Jeder gestehn, daß ihr nur hypothetische Wahrheit zukommt, da sie die Möglichkeit des Quadrats voraussetzt und der natürlichen Reihe der Entdeckungen gemäß erst auf den Beweis dieser Möglichkeit hätte folgen sollen. Glücklicherweise vertrat ein Axiom einstweilen die Stelle der fehlenden Demonstration, und der schöpferische Geist der Mathematiker machte Jahrhunderte hindurch die glänzendsten Eroberungen, ohne sich durch die Hindernisse aufhalten zu lassen, die gleich bei den ersten Schritten zu überwinden waren.

Die Hauptfrage: von deren Beantwortung das ganze System unserer Geometrie abhängt, ist eigentlich die: ob die Seiten des Dreiecks den nämlichen Winkelraum einschließen, der über der geraden Linie liegt, oder ob die Summe der Dreieckswinkel den Halbkreis (180 Grade, zwei Rechte) zu ihrem Maße habe. Dieß ist freilich nicht die Gestalt des Problems, so wie es bisher größtentheils zur Auflösung hingestellt wurde

Euklides kannte keinen Beweis dafür; denn die Vermuthung, daß er einen solchen in seinen Elementen aufgenommen habe, der aber, als ungründlich befunden, in der Folge aus der Reihe der Lehrsätze unter die Grundsätze verwiesen worden wäre, verdient keine ernstliche Widerlegung. Er konnte bei seinem gründlichen Geiste mit so wenigen Zurüstungen und auf dem eingeschlagenen Wege seinen Zweck durch eine förmliche Demonstration nicht erreichen wollen. Aber auf die würdigste Art umgeht er die Schwierigkeit, indem er es als einen Grundsatz hinstellt, daß zwei gerade Linien, mit welchen eine dritte sie schneidende ungleiche Wechselwinkel macht, nach der Seite des kleinern Wechselwinkels hin gehörig verlängert sich schneiden müssen: denn dadurch beruft er sich auf das Urtheil des gemeinen Menschenverstandes, der dieser Folgerung ohne Bedenken den Charakter der Nothwendigkeit beilegen wird und von jeher beigelegt hat.

Seit den mehr als zweitausend Jahren, daß Euklides

seine unsterblichen Elemente schrieb, hat es wohl keinen einzigen bedeutenden Mathematiker gegeben, der sich mit der Parallelen-Lehre nicht angelegentlich beschäftigt hätte, und besonders die letzte Zeit hat die zahlreichsten Versuche, zum Theil von den angesehensten Männern, aufzuweisen. Aber fast immer behielt man die Methode, wie Euklides sich auf das Glücklichste aus der Verlegenheit zog, im Auge und betrachtete den Beweis seines eilften Axioms als das Ziel aller Bemühungen. In dieser Einseitigkeit der Ansicht liegt vielleicht der Grund, warum man der wahren Demonstration noch nicht auf die Spur gekommen ist und die ganze Theorie der Parallellinien sich nach zweitausend Jahren noch genau auf dem nämlichen Standpunkte befindet.

Dann heißt es Seite IX. Indessen hat es bis auf die neueste Zeit Viele gegeben, die den 11ten Grundsatz entweder für ein wahres Axiom hielten, oder doch an der Wahrscheinlichkeit verzweifelten, den Beweis des Theorems aufzufinden. — Lichtenberg findet alle Die unbegreiflich, die noch einen Beweis des 29sten Euklidischen Lehrsatzes fordern. Doch er war nicht eigentlicher Mathematiker; weit mehr mußte man sich über Kästner'n verwundern, der den seines berühmten Namens unwürdigen Rath ertheilt haben soll, sich bei der unauflösbaren Schwierigkeit mit einem blinden Annehmen endlich einmal zu begnügen ꝛc.

IX. Aus dem Lehrbuch der Geometrie, besonders als Hülfsmittel zum Unterrichte an höheren Bildungsanstalten, von Wilhelm August Förstemann. 1r Theil. Danzig 1827. Seite 221.

Ueberaus groß ist die Zahl der Versuche, welche bisher gemacht worden sind, das 11te Axiom des Euklides wegzuräumen, und den darin enthaltenen Satz als Lehrsatz zu beweisen. Keiner dieser Versuche hat aber die völlige Zustimmung der Meister des Faches erhalten. Es scheint, als könne kein Versuch, den Beweis aus bloß Euklidischen Grundbegriffen und Axiomen zu führen, gelingen, und als müsse man daher jeden solchen Versuch für ziemlich unnütz erklären ꝛc.

Aus obigen Auszügen geht hinlänglich die Schwierigkeit der Parallel-Theorie, aber auch ihr großer Nutzen für die Geometrie in voller Potenz hervor. Denn es kann ja nicht einmal reingeometrisch erwiesen werden, daß in einem geradlinigen Dreieck die drei Winkel zusammen zwei Rechte betragen. Eben so wenig ist die Möglichkeit eines Quadrats oder eines Parallellogramms zu erweisen, wenn die Paralleltheorie nicht berichtigt ist, weil sich diese und noch viele andere Sätze auf solche gründen. Ein Beweis also, wie mangelhaft die zu allen Zeiten mit Recht so hochgeachtete Geometrie an dieser Stelle ist. Ungeachtet man aber, wie aus diesen Auszügen abzunehmen ist, allgemein daran verzweifelte, den verlangten evidenten Beweis aufstellen zu können, zeigte ich durch meine Theorie, so wie es auch in gegenwärtiger Abhandlung geschieht, daß das mathematische Publikum hier zu voreilig geurtheilt hat, indem es mir gelungen ist, sie auf eine Weise zu begründen, wogegen — ich darf es kühn behaupten — auch die strengste Kritik nichts einwenden kann.

Da die Theorie der Parallellinien in gegenwärtiger Abhandlung sich auf das 11te Euklidische Axiom gründet, so macht dieses den Anfang. Einige Figuren in meiner frühern Ausgabe dieser Lehre werden deßwegen beibehalten, weil sich manchmal auf solche bezogen wird. Dieses gilt auch von jenen Sätzen meiner frühern Theorie, die hier mit (*) bezeichnet sind, welches Zeichen manchmal vorkommt. Die übrigen Vordersätze, welche noch gebraucht werden, sind alle sehr bekannt und schon von Euklid erwiesen.

Unter dem Wort Linie wird eine gerade Linie verstanden. Ihre Verlängerung denkt man sich in gleicher Richtung.

Alle Linien, Winkel und Figuren liegen in einer Ebene*).

R bedeutet einen rechten Winkel.

*) Wo gibt es denn eine Ebene? Es ist hier eine noch weit größere Unrichtigkeit, wie bisher bei der Theorie der Parallellinien war, weil man die Ebene, worauf doch Alles gegründet ist, ohne allen Beweis für eine ausgemachte Wahrheit hält. Unten §. 24 wird erwähnt werden, daß man auch diese Unrichtigkeit beseitigen kann.

Erster Abschnitt.

Vollständige Theorie der Parallellinien.

§. 1.

Satz. Wenn (Figur 1) zwei Linien AB und CD von einer dritten EF in den Punkten G und H so geschnitten werden, daß die zwei innern Winkel BGH und DHG zusammen weniger wie zwei Rechte betragen, so müssen die Linien AB und CD, genugsam verlängert, sich an eben der Seite schneiden, wo diese zwei Winkel liegen. Wenn also eine Figur die so eben beschriebene Eigenschaften besitzt, so ist sie in der Geometrie unter dem Namen eilftes Euklidisches Axiom bekannt.

Vorbereitung und Beweis.

I. Da es willkürlich ist, wie groß man den Winkel BGH annimmt, so seye er ein rechter.

II. Man denke sich nun die Figur, zum Beweise schicklicher, noch einmal, oder: man ziehe die Linie ab. In derselben nehme man den beliebigen Punkt m an; errichte in m die senkrechte me, mache mn = GH und an n den Winkel onm = Winkel DHG, so hat man dasselbe Axiom onmb wie es auch in der Figur DHGB*) vorgestellt ist. All dieses ist klar, weil nur der Satz zum Grunde liegt: einen Winkel zu errichten, der einem gegebenen Winkel an Größe gleich ist, und dieser Satz in aller Schärfe erwiesen werden kann.

III. Man denke sich den, in seiner Größe unveränderlich

---

*) Die punktirten Linien TN und GM beziehen sich auf die unten (§. 10, IV) vorkommende Recension.

bleibenden Winkel onm an der mn von n bis m herab bewegt, oder welches einerlei ist: man construire an der mf am Punkte m einen Winkel omf, der dem gegebenen spitzen Winkel onm gleichkommt. In jedem Falle muß von der mo der Punkt o unterhalb der mb liegen, weil vermöge der Annahme der Winkel bmf ein rechter ist. Da nun die no mit o über der mb und die mo mit o unter der mb liegt, so ist klar, daß der Winkel omf, wenn er sich bis n in Bewegung setzt, auch einmal in der mb oder in ihrer Verlängerung muß gelegen haben. Man kann sich also auch diesen Winkel so weit gegen n hin bewegt denken, bis o in die mb etwa in g gefallen ist, wo man den geschlossenen Raum mdg erhält, und wobei der Winkel gdm = omf dem Punkt n um die Linie md näher gekommen ist.

IV. Es ist klar, daß wenn sich der Winkel gdm nur sehr wenig gegen n hin bewegen wollte, so würde auch der Raum gdm aufhören, geschlossen zu seyn, und statt ihm ein offener Raum sich ergeben, welches nicht seyn darf. Denn der Grundpfeiler dieser Theorie muß so beschaffen seyn, daß man bei jeder Bewegung, die der Winkel gegen n hin macht, immer einen geschlossenen Raum erhält. Ehe sich also der Winkel von d weiter hinauf bewegt, denke man sich die dg und mb verlängert, etwa bis h, so daß allenfalls gh = dg. Es haben sich also die zwei geraden Linien in g geschnitten, weil h (*) unterhalb der mb fallen muß.

V. Der Durchschnittspunkt g ist höchst merkwürdig. Er bildet den geschlossenen Raum mdg. Wenn man ihn nicht immer zu erhalten sucht, so kommt das berüchtigte Axiom gleich wiederum zum Vorschein. Also einzig muß man darauf bedacht seyn, den Durchschnittspunkt beider Linien mb und dh zu erhalten, welches sehr leicht durch das beständige Verlängern der dh und mb geschehen kann, wie die Folge noch zeigen wird. Man hätte auch den Durchschnittspunkt gleich im Anfange, nämlich im Punkte m bilden können, wenn man die om nach oben verlängert hätte, wo sich also die verlängerten om und ab in m (*) müßten geschnitten haben.

VI Es bewege sich der bleibende Winkel hdm von d

gegen n, bis h in die mb oder in ihre Verlängerung in k fällt, so ist der Winkel wiederum dem Punkte n näher gekommen, und ein geschlossener Raum mik ist vorhanden. Man verlängere die ik, mache kl = ik, so liegt l unterhalb der verlängerten mb; folglich haben sich beide Linien in k geschnitten. So wie nun o und h durch das Hinaufbewegen des Winkels in die verlängerte mb gebracht wurde, eben so kann auch l hineingebracht werden, wodurch der Winkel dem Punkt n immer näher kommt. Trifft nun l in q ein und man verlängert pq bis r, so ist klar, daß durch den hinauf bewegten Winkel auch der Punkt r in die verlängerte mb kommen muß.

VII. Da nun das beständige Verlängern beider Linien mo und mb ohne Ende fortgesetzt werden kann, eben so auch dem Hinaufbewegen des Winkels nirgends Grenzen gesetzt sind, so ist es klar, daß der Winkel auch in n ankommen und daß in diesem Punkt die verlängerte no noch immer die verlängerte mb geschnitten hat. Denn der Durchschnittspunkt beider Linien mo und mb kann ja gleich anfangs im Punkte m (V.) gebildet werden. Da nun die Verlängerung beider Linien mo und mb immer der Bewegung des Winkels vorangeht, so müssen sich diese Linien immer schneiden. Denn nie kann sich der Fall ereignen, daß der Endpunkt der verlängerten mo einmal über die verlängerte mb fallen würde. Da nun auch der Bewegung des Winkels keine Grenzen gesetzt sind, und diese Bewegung ganz willkürlich geschehen kann, so ist es unwidersprechlich wahr, daß der Winkel omf auch in n ankommen muß, und daß sich daselbst die verlängerten mo und mb in x geschnitten haben.

VIII. Die Untrüglichkeit dieser Beweisart war mir gleich im ersten Augenblick der Erfindung hell und klar. Darum konnte auch der Durchschnittspunkt in x schon im Geiste gesehen werden, obgleich es dunkel (Nachts gegen 11 Uhr) war. Keine Einwürfe schienen mir möglich, und zwar bloß aus dem Grunde, weil die Verlängerung beider Linien mo und mb immer der freien und willkürlichen Bewegung des Winkels vorangeht, wodurch also nothwendig der Durchschnittspunkt dieser Linien nie mehr vertilgt und also auch der Punkt n gewiß erreicht

werden kann. Es zeichneten sich also die Hauptgrundlagen dieser Theorie durch eine vorzügliche Evidenz aus. Wenn auch gleich, so dachte ich anfangs bei dieser Erfindung, noch Manches daran zu beweisen übrig bleiben würde, das im ersten Augenblick des Gedankens noch nicht eingesehen werden konnte, so war es mir nicht bange, das noch wenig Fehlende auch daran noch ergänzen zu können. Dieses Fehlende fand sich bald darauf ein. Ich machte mir nämlich die Frage: Weiß man denn, ob auch die mb immer so weit verlängert ist, daß der Endpunkt der verlängerten mo immer hineinfalle? Da nun bei einem strengen geometrischen Beweis nichts auf den Augenschein gegründet werden darf, so ist auch hier die bestimmte Länge von mb nöthig, damit man sicher weiß, daß o beim Hinaufbewegen des Winkels nothwendig hineinfallen muß. Denn wüßte man das nicht, so könnte es leicht möglich seyn, daß o über die mb fallen würde. Wollte man auch die mb sehr weit verlängern, so daß man annehmen könnte: Jetzt ist sie gewiß lang genug, damit o bei'm Hinaufbewegen des Winkels hineinfallen muß, so könnte man einwenden: sie ist noch nicht lang genug, und muß noch mehr verlängert werden. Es war also an dieser Stelle allerdings eine bestimmte Größe der mb nöthig. Diese wurde nun auch mittelst eines strengen Beweises (*) von der Art gefunden, daß wenn man die beiden Linien mo und mb von gleicher Größe macht, so muß der hinaufbewegte Winkel mit dem Endpunkt o zwischen die mb fallen. Hieraus folgt also, daß wenn man bei'm Hinaufbewegen des Winkels die mo und mb stets gleich groß verlängert, so kann leicht verhütet werden, daß nie mehr ein Endpunkt der verlängerten mo über die verlängerte mb fällt.

§. 2.

Im obigen Satz (§ 1.) ist nun das Hauptsächlichste dieser Beweisart enthalten. Das Folgende dient nur noch zur Erläuterung des Ganzen, um es zur vollen Evidenz zu erheben und gegen alle Zweifel zu sichern.

I. Man wird sich noch (§. 1, III u. IV.) erinnern, daß der hinaufbewegte Winkel omf in d u. s. w. einen Ruhepunkt

hatte, bis die dg wiederum bis h verlängert war; dann setzte er sich wiederum in Bewegung, bis h in die mb in k fiel. Nun wurde ik verlängert, so daß kl = ik u. s. w. Dadurch entstanden die Abschnitte md, di, ip rc. Wüßte man nun, daß diese Abschnitte stets einerlei Größe behielten, oder daß sie gegen n hin immer größer wie md würden, so müßte nach dem ersten Satze im 10. Buche bei'm Euklid der Punkt n durch den hinaufbewegten Winkel einmal erreicht werden. Dieser Satz will nun so viel sagen: Wenn a und b zwei ungleich gerade Linien vorstellen, so kann das Vielfache der kleinern a die Linie b einmal an Größe übertreffen. Da aber diese Abschnitte gegen n hin auch immer kleiner wie md werden können, so ist es auch noch zweifelhaft, ob der hinaufbewegte Winkel in n ankommen werde. Den Schluß, den Winkel bei seiner Bewegung öfters ausruhen zu lassen, oder ihn gleichsam auf seinem Wege aufzuhalten, darf man also nicht machen, sondern es läßt sich durch andere Schlüsse darthun, daß der hinaufbewegte Winkel nothwendig in n ankommen muß.

II. Es kann bewiesen werden, daß der hinaufbewegte Winkel ununterbrochen seinen Weg von m bis n zurücklegen kann, ohne in den Punkten d, i, p auszuruhen oder aufgehalten zu seyn, und ohne daß ein Endpunkt der verlängerten mo je oberhalb der verlängerten mb fallen könnte. Denn so wie sich der Winkel von m gegen e hin in Bewegung setzt, so kann zugleich auch der Anfang der gleich großen Verlängerung von mo und mb Statt finden. Kommt nun o in der mb in g an, so liegt schon ein anderer Endpunkt h unterhalb mb. Der hinaufbewegte Winkel braucht also in d nicht auszuruhen, oder, welches dasselbe ist, er ist in d nicht aufgehalten, wie dies der Fall (§. 1, IV. VI) war, sondern er kann sich ununterbrochen von m über d hinaus bewegen. Da aber auch auf eben diese Art die dh und mb gleich groß verlängert werden können, so liegt, so bald h in die mb in k fällt, schon wieder ein anderer Endpunkt l unterhalb mb, so daß der Winkel omf sich unaufhaltsam oder stet über d und i hinaufbewegen kann. Nun kann aber das beständige gleich große Verlängern der mo und mb so weit und so oft

man will, gedacht werden, und da das Verlängern beider Linien stets der Bewegung des Winkels vorangeht oder vorangehen kann, und daher der Winkel in seinem Laufe gar nicht aufgehalten wird, so ist es klar, daß derselbe auch bis in n ankommen muß, wo sich dann die verlängerten mo und mb in x geschnitten haben.

III. All das Obige ist möglich, denn es liegt offenbar am Tage und ist eben so klar als der Grundsatz: das Ganze ist größer als ein seiner Theile. Denn es muß doch eine, wenn auch noch so kleine Zeit vorübergehen, bis o bei'm Hinaufbewegen des Winkels in die mb in g fällt. Man benutze nun im Gedanken diese Zwischenzeit zur gleich großen Verlängerung der mo und mb, so ist's klar, daß wie o in die mb in g fällt, auch schon ein anderer Endpunkt h unterhalb mb liegt. Denn in demselben Zeitpunkt, wo die Bewegung des Winkels von m gegen e hin anfängt, kann auch zugleich der Anfang der gleich großen Verlängerung von mo und mb gedacht werden. Also ist der Winkel auf dem Weg nach e in d nicht aufgehalten, wie schon (II.) bemerkt wurde.

Eben so verhält sich's auch bei dem Punkte h. Denn bis derselbe in die mb in k fällt, muß auch wiederum eine, wenn auch noch so kleine Zeit vorübergehen. Benutzt man auch da in Gedanken diese Zwischenzeit zur gleich großen Verlängerung der dh und mb, so liegt, wie h in die mb in k fällt, schon wieder ein anderer Endpunkt l unterhalb mb u. s. w. Nun müssen sich immer Zeiträume ergeben, bis die Punkte o, h, l, r in der verlängerten mb ankommen. Gebraucht man nun solche Zeiträume, wie oben geschehen, zur beständigen gleich großen Verlängerung der mo und mb, so entspringen daraus die höchst wichtigen Vortheile, daß 1) diese Linien sich immer geschnitten haben, der Winkel omf mag sich auch über n hinauf bewegen. 2) Daß dieser Winkel in seiner Bewegung nach e hin nicht im Geringsten aufgehalten ist. Wo aber kein Aufenthalt möglich ist, da kann auch jede Grenze erreicht werden. Folglich ist auch der Punkt n durch die stete Bewegung des Winkels zu erreichen.

IV. Das Vorhergehende ist nun die ganze Verfahrungsart, wodurch alle Schwierigkeiten in der Paralleltheorie durchaus verschwinden müssen. Es kann dabei gewiß nichts Kla-

reres und Einfacheres gedacht werden, als: da der Winkel omf sich mit seinem nicht verlängerten Schenkel mo von m bis in n hin bewegen kann, so ist er dies auch mit seinem verlängerten Schenkel mo von m bis n zu thun im Stande, weil die Verlängerung der mo mit der Bewegung des Winkels ihren Anfang nehmen kann, und weil der Winkel in seinem Laufe nach n hin gar nicht aufgehalten wird. Nun ist der Durchschnittspunkt beider Linien mo und mb gleich anfangs gegeben, wenn man nämlich (§. 1, V.) die mo nach oben verlängert, und da dieser Durchschnittspunkt durch das beständige Verlängern der mo und mb nun nicht mehr zu vertilgen ist, und durch eben dieses stets vorhergehende Verlängern beider Linien auch der Winkel in seinem Laufe nach e hin nicht im Geringsten aufgehalten werden kann, sondern er in steter willkürlicher Bewegung fortwandert, so liegt es klar am Tage, daß das bis auf unsere Zeit unauflöslich geschienene 11te Euklidische Axiom sich äußerst einfach und bündig darstellen läßt.

V. Es mögen nun alle erdenkliche Einwendungen gegen diese Beweisart gemacht werden, so ist es leicht, sie alle gründlich zu widerlegen, und zwar darum, weil das Ganze sich auf höchst einfache Vordersätze gründet, nämlich: auf das Verlängern einer geraden Linie und auf die Bewegung eines Winkels an einer geraden Linie hin. Eine der merkwürdigsten Einwendungen wäre etwa folgende: es kann nämlich der Winkel omf von dem Winkel bmf in Ansehung der Größe so wenig verschieden seyn, daß dem ersten Winkel nur noch der centillionste Theil einer Secunde fehlen sollte, um dem Winkel bmf gleich zu seyn. Es muß also auch der Punkt o sehr nahe an mb liegen, besonders wenn man sich die mo sehr klein z. B. nur von ein paar Zoll Länge denkt. Aber demohngeachtet muß der Punkt o, so nahe er auch an der mb liegen mag, doch immer noch unterhalb mb liegen, welches zwar nur mit geistigem Auge gesehen werden kann, denn mit sinnlichen Augen betrachtet, wären beide Linien mo und mb schon längst in eine Linie zerschmolzen. Nun sey die Entfernung von m bis n so groß, daß sie jene von unserer Erde bis zur Sonne centillionmal übersteigt; dann sey die Bewegung des Winkels von m bis n so schnell, daß sie in einer Secunde Zeit geschieht. Man könnte also gewiß denken, daß der Punkt o oder der Endpunkt der verlän-

gerten mo einmal oberhalb mb fallen müßte. Betrachtet man aber dieses großartige Beispiel mit geistigem Auge, so erkennt man auch hier die ganze Stärke eines reingeometrischen Beweises, und es ergibt sich, daß, so wie der Winkel in n ankommt, sich auch die ungeheuer weit verlängerten Linien mo und mb in x geschnitten haben, und daß also auch an diesem Beispiel das 11te Axiom zur Vollendung gebracht ist. Denn so nahe auch der unterhalb ab liegende Punkt o an ab liegen mag, so muß (III.) auch hier doch immer eine kleine Zeit vorübergehen, bis bei'm Hinaufbewegen des Winkels omf der Punkt o in die mb fällt. Es finden also auch hier jene goldenen Worte Kästner's (Hamburger Magazin, 4r Band, 1s Stück, Seite 51. Hamburg 1753) ihre volle Anwendung:

„Man weiß, daß in der Geometrie Das vorhanden ist, was man sich nur in Gedanken vorstellen darf."

Denn nach diesem Ausspruche unsers großen Lehrers darf man in Gedanken auch hier jede noch so kleine Zeit zur Verlängerung der mo und mb gebrauchen; folglich wird auch hier der Winkel omf in seinem Laufe nach e hin nicht gehemmt, und der Endpunkt der verlängerten mo kommt nie oberhalb mb oder ihrer Verlängerung zu liegen. Es läßt sich also, was hier nicht mit sinnlichen Augen gesehen werden kann, mit geistigem Auge wahrnehmen, daß dieser Winkel die ungeheuer große Entfernung von m bis n in einer solchen Schnelligkeit zurücklegen kann, und daß sich den ganzen Weg hindurch, von m bis in den Punkt n die verlängerten begrenzten Linien mo und mb immer geschnitten haben.

IV. Wollte man an obigem Beispiel ächt sceptisch die Einwendung machen: die Bewegung von m bis n sey zu schnell, als daß dabei der Endpunkt der verlängerten mo immer unterhalb mb erhalten werden könne; so kann man auf eine ächt geometrische Weise ganz in philosophischer Ruhe darauf erwiedern: in einer jeden, auch noch so kleinen Zwischenzeit, die überall Statt findet, kann auch jedesmal eine ungeheuer schnelle und ungeheuer große Verlängerung beider Linien mo und mb gedacht werden, wodurch es also leicht möglich ist, den Endpunkt der verlängerten mo auf ewig unterhalb mb oder ihrer Verlängerung zu fesseln, und wobei der Winkel in seiner

schnellen Bewegung von m bis n nicht im Geringsten aufgehalten werden kann.

§. 3.

Hoffmann sagt in seiner Kritik der Paralleltheorie Seite 247: „Wo man einmal einen strengen Beweis liefern will, da muß auch Alles, was als Mittel dient, um ihn „zu liefern, mit gleicher Strenge bestimmt seyn."

Dann sagt derselbe Verfasser in seiner unten (§. 17) angeführten Abhandlung Seite 343:

„Es bleibt dem Forscher unverwehrt, sich neue Vordersätze „zu erfinden, um das 11te Axiom als Lehrsatz darauf zu bauen; „allein diese Hülfssätze dürfen nicht weniger streng bewiesen „noch als Folgerungen aus der schon vollendeten Paralleltheorie „anzusehen seyn."

Da es also erlaubt ist, neue Grundlagen aufzustellen, so sollen nun die Hauptgrundlagen meiner bereits bisher abgehandelten Beweisart des 11ten Axioms in Kürze vorgetragen werden, woran man erkennen wird, daß sie sich sowohl durch eine ungemeine Klarheit, wie durch ihre geometrische Evidenz auszeichnen, nämlich:

I. Jede gerade Linie in gleicher Richtung zu verlängern.

II. Jeden geradlinigen Winkel z. B. omf (Figur 1) kann man sich an der geraden Linie fe hinbewegt denken, in welchen Punkt der fe man immer will.

III. Es seye omf ein spitzer und bmf ein rechter Winkel, so ist klar, daß der Punkt o unterhalb der Linie mb liegt. Bewegt sich nun (II.) der Winkel omf in der me gegen e hin, so muß ein, wenn auch noch so kleiner Zeitraum vorübergehen, bis o in die mb etwa in g fällt.

Verbindet man nun diese drei gewiß sehr einfachen Grundlagen gehörig mit einander, wie es (§§. 1, 2) geschehen ist, (denn auch ihre Verbindung ist eben so wenig zu widerlegen, wie jede einzelne dieser drei Grundlagen, da die Bewegung des Winkels willkürlich ist, und während dieser Bewegung sich die verlängerten mo und mb beständig schneiden), so hält es gar nicht schwer, dem berüchtigten Axiom einen Zaum anzulegen. Will man aber diese äußerst klaren und einfachen Grundlagen,

oder auch ihre Verbindung mit einander, verwerfen; will man auch sie einer Schwäche beschuldigen, so mache man einmal den Versuch damit, und man wird sich überzeugen, daß man dabei auf Widersprüche aller Art verfallen muß. Die übrigen Vordersätze, welche noch zu vorstehender Beweisart nöthig waren, brauchen weiter keiner Erwähnung, weil sie sich alle streng erweisen lassen.

§. 4.

Satz. Wenn (Figur 2) zwei Linien AB und CD von einer dritten Linie EF in G und H so geschnitten werden, daß

1) der äußere Winkel m dem inneren u gleich ist, oder

2) die Wechselwinkel o und n einander gleich sind, oder

3) die zwei inneren Winkel o und u zusammen zwei Rechte betragen, so laufen beide Linien mit einander parallel, d. h. diese Linien werden, so weit man sie auch beiderseits verlängern mag, nirgends zusammentreffen.

Beweis. Man setze den Fall, die Linien AB und CD würden, gehörig verlängert, dennoch etwa in I zusammenkommen, so würde das Dreieck GHI entstehen, woran nach der Annahme Nr. 1 der äußere Winkel m dem inneren Winkel u gleich wäre, welches unmöglich, weil in jedem Dreieck der äußere Winkel größer, wie sein innerer entgegenstehender ist.

Nach der Annahme Nr. 2 wäre gleichfalls am Dreieck HGI der äußere Winkel n dem inneren entgegenstehenden Winkel o gleich, welches unmöglich.

Nach der Annahme Nr. 3 wären endlich am Dreieck HGI die Winkel o und u zweien Rechten gleich, welches darum unmöglich, weil in jedem Dreieck zwei Winkel zusammen weniger wie zwei Rechte betragen. Es folget also, daß bei jeder dieser drei Annahmen die verlängerten AB und CD nie zusammen kommen können, weil sonst immer ein Widerspruch zum Vorschein käme.

§. 5.

Zusatz. Parallellinien sind jene Linien, die, beiderseits verlängert, nie zusammentreffen.

§. 6.

Satz. Wenn (Figur 3) durch zwei Parallellinien AB und CD eine dritte Linie IK nach Willkür gezogen wird,

welche die zwei ersten in den Punkten L und M schneidet, so ist

1) der äußere Winkel m dem inneren Winkel u gleich.

2) Die Wechselwinkel o und n sind gleich.

3) Die inneren Winkel o und u betragen zusammen zwei Rechte.

Beweis. Man setze bei Nr. 1 den Fall, die Winkel m und u wären ungleich, und m wäre größer wie u. Da $m + o = 2 R$, so muß nothwendig $o + u < 2 R$ seyn. Die Linien MB, LD oder AB, CD würden also, gehörig verlängert (§. 1), irgendwo zusammenkommen müssen, welches aber unmöglich, weil AB mit CD parallel ist. Daher kann der Winkel m nicht größer wie u seyn. Auf ähnliche Art läßt sich erweisen, daß auch m nicht kleiner wie u seyn kann, folglich ist $m = u$.

Auf ähnliche Art kann erwiesen werden, daß die Wechselwinkel o und n gleich sind; ferner, daß die inneren Winkel o und u zusammen zwei Rechte betragen, und daß jede dieser drei Behauptungen für sich allein bewiesen werden könne, ohne sich auf eine der zwei übrigen zu stützen. Denn wollte man diese Behauptungen nicht gelten lassen, so müßten diese Linien (§. 1) irgend einmal zusammentreffen, welches aber nicht seyn kann, weil AB mit CD parallel ist.

§. 7.

Satz. Wenn (Figur 4) zwei Linien AB und CD mit der dritten Linie EF parallel sind, so ist auch AB mit CD parallel.

Beweis. Es durchschneide eine willkürlich gezogene Linie GH diese drei Parallelen in den Punkten m, n und o, so ist (§. 6) der Winkel m = Winkel n und Winkel o = Winkel n, also ist auch $o = m$, folglich (§. 4) AB mit CD parallel.

§. 8.

Anmerkung. In obigen Sätzen (§§. 1, 4, 6 und 7) ist nun die ganze Paralleltheorie bewiesen.

Zweiter Abschnitt.

Beurtheilung vorstehender Paralleltheorie in öffentlichen Blättern.

§. 9.

Unter den Beurtheilungen vorstehender Paralleltheorie werden hier, um nicht zu weitläufig zu werden, nur einige erwähnt, nebst meinen beigefügten Bemerkungen. Es wird daraus hervorgehen, wie schwierig es ist, diese Theorie widerlegen zu wollen, weil evident erwiesene Wahrheiten nicht geläugnet werden können. Die übrigen Beurtheilungen dieser Theorie sollen aber bei einer anderen Gelegenheit den Lesern mitgetheilt werden.

§. 10.

Die erste in einem öffentlichen Blatte mir zu Gesicht gekommene Recension vorstehender Paralleltheorie fand ich in den Heidelberger Jahrbüchern der Literatur von 1818. Es heißt Seite 849.

I. „Diese Schrift ist durch die vor einigen Jahren er„schienenen vollständigen Theorieen der Parallellinien u. s. w. „von Mathias Metternich veranlaßt worden. Hr. „Bürger zeigt sich als ein höchst wahrheitsliebender Mann, „und verbindet mit Sachkenntniß ein fruchtbares geometrisches „Talent u. s. w.“

Es war mir sehr erfreulich, dieses zu lesen, und zwar aus dem Grunde, weil daraus zu ersehen war, daß dem Recensenten meine Bemühungen in der Paralleltheorie nicht gleichgültig waren. Was meine Wahrheitsliebe betrifft, so stimme ich dem Recensenten bei, weil ich fühle, daß mir die Wahrheit

heilig ist, und ich auch solcher, so lange ich lebe, treu bleiben werde. Daß mir die Erfindung eines reinen Beweises in der Paralleltheorie gelungen ist, und ich so glücklich war, noch mehrere neue Sätze in der Geometrie aufzufinden, schreibe ich nicht meinen Geistesgaben zu. Denn Andere sind hieran vorzüglich reich ausgestattet und besitzen deren also weit mehr wie ich, können aber deßwegen doch noch nichts erfunden haben. Nur meiner großen Liebe, die ich für die mathematischen Wissenschaften habe, und dem unermüdlichen Eifer, der mich bei'm Nachforschen nie wankend, nie gleichgültig gegen die Sache machen konnte, habe ich diese Erfindung zu verdanken.

II. In der Recension heißt es nun unter andern:

„Um die streng geometrische Unzulänglichkeit aller Be„weise, welche auf das Hinaufbewegen des Winkels „FGM gestützt sind, wenn sie auch den Fehlschluß noch so fein „verbergen möchten, mit größter Klarheit zu übersehen, be„merken wir Folgendes.“

„Entweder läßt man den Winkel FGM auf GE all„mälig hinaufrücken, bis G einmal in den willkürlichen Punkt „H fällt. — Um nun in diesem Falle überzeugt zu seyn, daß „G auch wirklich einmal in H eintreffe, muß die Art und das „Gesetz der Annäherung des Scheitels G nach H bestimmt seyn. „Ein bloß stetig fortschreitendes Hinaufbewegen dieses „Punkts ist nicht hinreichend dazu, da es stetige Annäherun„gen in's Unendliche gibt, welche ein bestimmtes Ziel „doch niemals erreichen. Man muß daher auf GH von G „gegen H eine bestimmte, wenn gleich noch so kleine, gerade „Linie (sie heiße Gg) und das Fortschreiten des Winkels FGM „entweder nach diesem Stückchen Gg, oder noch größer, sich „denken. Hierdurch entsteht zwischen G und H eine bestimmte „(größere oder kleinere) Menge von Zwischenpunkten g^1, „g^2, g^3..., in welche nach und nach des Winkels FGM „Scheitelpunkt G eintrifft. In jedem dieser Zwischenpunkte „erhält der Schenkel GM eine Lage g^1m^1, g^2m^2 u. s. f., „von welcher zu beweisen ist, daß er die GB oder ihre Ver„längerung durchschneiden müsse. Dieser Beweis kann aber „niemals befriedigend geführt werden, da es nicht so streng, „wie doch hier gefordert wird, darzuthun ist, daß der auch ohne

„Ende verlängerte Schenkel GM bei dem Fortschreiten des „Scheitels G durch die Linien Gg, gg', g'g'' u. s. w. immerfort die GB in ihrer Verlängerung schneiden müsse. Immer ist die Lage der HD oberhalb der AB eine andere gegen „GB, als die Lage der GM unterhalb dieser AB gegen GB „ist, und der Schluß von der ersteren auf die letztere bleibt, „wenn er auch noch so befriedigend für die Anschauung gemacht „wird, immer unzureichend für den scharfrichtenden Verstand, „der doch bei einer Paralleltheorie durchaus selbst vollkommen „befriedigt werden muß."

Prüfung.

1) Das oben Angeführte läßt sich leicht an Figur 1 anwenden. Der Gedanke des Recensenten will so viel sagen, daß man eine bestimmte Linie z. B. md annehmen soll und alle übrige Abschnitte, die sich durch das Hinaufbewegen des Winkels auf der mo ergeben, nämlich die Abschnitte di, ip u. s. w. sollen nun mit der md verglichen werden. Ergibt sich's nun, daß diese Abschnitte der md gleich bleiben, oder daß sie gegen e hin größer wie md werden, so ist es keinem Zweifel unterworfen, daß der hinaufbewegte Winkel einmal in n ankommen muß, woselbst die verlängerten Linien mo und mb sich in x geschnitten haben. Recensent gibt die Bewegung des Winkels gegen e hin, und zwar, wie es scheint, unter der beständigen Verlängerung von mo und mb wohl zu, so daß nie mehr ein Endpunkt der verlängerten mo oberhalb der Verlängerung von mb fallen kann. Ob aber bei diesem Verfahren die Abschnitte einerlei Größe mit md behalten, oder ob sie gegen n hin noch größer als md werden; davon verlangt der Recensent einen scharfen Beweis, und sagt, daß solcher nicht gegeben worden sey.

Ich muß dem Recensenten hierin Recht geben, daß ich in meiner Theorie den Beweis, so wie ihn derselbe verlangt, nicht geliefert habe, obgleich unten (5) gezeigt werden wird, daß man auch diesen Stein aus dem Wege räumen könne. Allein man braucht die Größe dieser Abschnitte nicht zu wissen. Mein Beweis, daß der hinaufbewegte Winkel omf gewiß in

n ankommen muß, gründet sich auf etwas ganz Anderes. Es ist nämlich klar, daß man sich den Winkel omf, ohne die Verlängerung von mo, an der me von m bis in den Punkt n ununterbrochen oder stets hinaufbewegt denken kann, wo also der Punkt o, der anfangs unterhalb mb liegt, nun oberhalb mb kommen muß. In dieser Lage können sich nun beide Linien no und mb gewiß nicht geschnitten haben, weil no oder mo nicht verlängert wurde. Wir wollen setzen, welches gewiß erlaubt ist, die stete Bewegung des Winkels von m bis in n mit seinem nicht verlängerten Schenkel mo würde z. B. in dem Zeitraum einer Minute geschehen, so kann in eben diesem Zeitraum der Winkel sich von m bis n hinbewegen, und dabei beständig die mo und mb verlängern, so daß immer bei jeder Bewegung des Winkels der Endpunkt der verlängerten mo unterhalb mb liegt. Denn der Winkel kann ja in seinem Laufe gegen n hin, durch das beständige vorhergehende Verlängern von mo und mb, nicht im Geringsten aufgehalten werden; folglich muß er auch in dem Zeitraum einer Minute in n ankommen und beide verlängerten mo und mb haben sich in x geschnitten. All dieses wird sehr klar seyn, wenn man sich (Figur 5) die Figur onmb nochmals in $o^1n^1m^1b^1$ vorstellt. Denkt man sich nun die stete Bewegung der gleichen Winkel omf und $o^1m^1f^1$ (woran $mo = m^1o^1$) durchgängig von einerlei Art, welches möglich ist, so muß nicht allein in demselben Zeitpunkt, wo der Winkel omf in n ankommt, auch der Winkel $o^1m^1f^1$ in n^1 eintreffen, sondern es muß auch Alles auf einerlei Art geschehen, was während der Bewegung zwischen der mn und m^1n^1 vorgeht. Kommt z. B. der Winkel omf in g an, so trifft auch der Winkel $o^1m^1f^1$ in g^1 ein, so daß $mg = m^1g^1$. Eben so ist $mh = m^1h^1$, $mi = m^1i^1$ u. s. w., welches Alles aus der Annahme der gleichförmigen und gleichzeitigen Bewegung des Winkels in beiden Figuren, die denkbar ist, hervorgehet. Da nun in der einen Figur die m^1o^1 und m^1b^1 beständig verlängert wird, die Verlängerung dieser Linien aber bekanntlich den beweglichen Winkel in seinem Laufe nach n^1 hin nicht aufhalten kann, so ist klar, daß in demselben Zeitpunkt, wo der Winkel omf in n ankommt, auch der Winkel $o^1m^1f^1$ in

n^1 ankommen und daselbst die verlängerte m^1b^1 in x schneiden muß.

2) Die Stärke dieser Darstellung ist also so groß, so fest begründet und so rein geometrisch, daß jede Größe der Abschnitte m^1g^1, g^1h^1, h^1i^1 ꝛc. dabei zu wissen unnöthig ist. Es kann also auch (Figur 1) die stete Bewegung des Winkels von m bis n, in dem Zeitraum einer Minute, entweder mit oder ohne Verlängerung der mo gedacht werden. Zu unserm Zwecke ist also nur jene von ersterer Art die Rede.

3) Alles dieses ist möglich, welches in §. 23, Nr. 5 meiner Paralleltheorie, so wie auch in gegenwärtiger Abhandlung (§§. 1, 2) erwiesen ist. Denn so bald der Punkt o (Figur 1) bei'm Hinaufbewegen in der mb angekommen ist, so muß eine, wenn auch noch so kleine, Zeit vorübergegangen seyn. Benutzt man nun, in Gedanken, diese Zwischenzeit zur Verlängerung der mo und mb, so liegt, ehe o in die mb in g gefallen ist, schon wieder ein anderer Endpunkt h der verlängerten dg unterhalb mb.

4) So wie sich aber der Winkel von m bis d ununterbrochen fortbewegt hat, so kann sich auch derselbe von m bis i ununterbrochen fortbewegen, und hat nicht nöthig, weder in d noch in irgend einem andern Punkt der mi sich etwas ruhig zu verhalten. Denn ehe der Winkel in d ankommt, kann ja schon die dg bis h, in Gedanken, verlängert seyn. Nun muß auch da wiederum ein kleiner Zeitraum vorübergehen, bis h bei'm Hinaufbewegen des Winkels in k fällt. Aber eben diesen Zeitraum kann man in Gedanken wiederum zur Verlängerung der dh benutzen; folglich, ehe der Winkel in i ankommt, ist schon die Verlängerung der dh oder ik bis l geschehen. — Verlängert man nun auf diese Art die mo und mb, so bleibt immer der Endpunkt der verlängerten mo unterhalb der mb liegen, und es wird der Winkel omf bei seinem Hinaufbewegen weder in d noch in i, noch in p, noch in einem andern Punkt der me aufgehalten. Aus diesem geht nun klar hervor, daß der Winkel omf mit seinem verlängerten Schenkel mo, nämlich in einer Minute Zeit in n ankommen kann, und daß sich die verlängerten mo und mb in x geschnitten haben.

n ankommeu muß, gründet sich auf etwas ganz Anderes. Es ist nämlich klar, daß man sich den Winkel omf, ohne die Verlängerung von mo, an der me von m bis in den Punkt n ununterbrochen oder stets hinaufbewegt denken kann, wo also der Punkt o, der anfangs unterhalb mb liegt, nun oberhalb mb kommen muß. In dieser Lage können sich nun beide Linien no und mb gewiß nicht geschnitten haben, weil no oder mo nicht verlängert wurde. Wir wollen setzen, welches gewiß erlaubt ist, die stete Bewegung des Winkels von m bis in n mit seinem nicht verlängerten Schenkel mo würde z. B. in dem Zeitraum einer Minute geschehen, so kann in eben diesem Zeitraum der Winkel sich von m bis n hinbewegen, und dabei beständig die mo und mb verlängern, so daß immer bei jeder Bewegung des Winkels der Endpunkt der verlängerten mo unterhalb mb liegt. Denn der Winkel kann ja in seinem Laufe gegen n hin, durch das beständige vorhergehende Verlängern von mo und mb, nicht im Geringsten aufgehalten werden; folglich muß er auch in dem Zeitraum einer Minute in n ankommen und beide verlängerten mo und mb haben sich in x geschnitten. All dieses wird sehr klar seyn, wenn man sich (Figur 5) die Figur onmb nochmals in $o^1n^1m^1b^1$ vorstellt. Denkt man sich nun die stete Bewegung der gleichen Winkel omf und $o^1m^1f^1$ (woran $mo = m^1o^1$) durchgängig von einerlei Art, welches möglich ist, so muß nicht allein in demselben Zeitpunkt, wo der Winkel omf in n ankommt, auch der Winkel $o^1m^1f^1$ in n^1 eintreffen, sondern es muß auch Alles auf einerlei Art geschehen, was während der Bewegung zwischen der mn und m^1n^1 vorgeht. Kommt z. B. der Winkel omf in g an, so trifft auch der Winkel $o^1m^1f^1$ in g^1 ein, so daß $mg = m^1g^1$. Eben so ist $mh = m^1h^1$, $mi = m^1i^1$ u. s. w., welches Alles aus der Annahme der gleichförmigen und gleichzeitigen Bewegung des Winkels in beiden Figuren, die denkbar ist, hervorgehet. Da nun in der einen Figur die m^1o^1 und m^1b^1 beständig verlängert wird, die Verlängerung dieser Linien aber bekanntlich den beweglichen Winkel in seinem Laufe nach n^1 hin nicht aufhalten kann, so ist klar, daß in demselben Zeitpunkt, wo der Winkel omf in n ankommt, auch der Winkel $o^1m^1f^1$ in

n^1 ankommen und daselbst die verlängerte m^1b^1 in x schneiden muß.

2) Die Stärke dieser Darstellung ist also so groß, so fest begründet und so rein geometrisch, daß jede Größe der Abschnitte m^1g^1, g^1h^1, h^1i^1 ꝛc. dabei zu wissen unnöthig ist. Es kann also auch (Figur 1) die stete Bewegung des Winkels von m bis n, in dem Zeitraum einer Minute, entweder mit oder ohne Verlängerung der mo gedacht werden. Zu unserm Zwecke ist also nur jene von ersterer Art die Rede.

3) Alles dieses ist möglich, welches in §. 23, Nr. 5 meiner Paralleltheorie, so wie auch in gegenwärtiger Abhandlung (§§. 1, 2) erwiesen ist. Denn so bald der Punkt o (Figur 1) bei'm Hinaufbewegen in der mb angekommen ist, so muß eine, wenn auch noch so kleine, Zeit vorübergegangen seyn. Benutzt man nun, in Gedanken, diese Zwischenzeit zur Verlängerung der mo und mb, so liegt, ehe o in die mb in g gefallen ist, schon wieder ein anderer Endpunkt h der verlängerten dg unterhalb mb.

4) So wie sich aber der Winkel von m bis d ununterbrochen fortbewegt hat, so kann sich auch derselbe von m bis i ununterbrochen fortbewegen, und hat nicht nöthig, weder in d noch in irgend einem andern Punkt der mi sich etwas ruhig zu verhalten. Denn ehe der Winkel in d ankommt, kann ja schon die dg bis h, in Gedanken, verlängert seyn. Nun muß auch da wiederum ein kleiner Zeitraum vorübergehen, bis h bei'm Hinaufbewegen des Winkels in k fällt. Aber eben diesen Zeitraum kann man in Gedanken wiederum zur Verlängerung der dh benutzen; folglich, ehe der Winkel in i ankommt, ist schon die Verlängerung der dh oder ik bis l geschehen. — Verlängert man nun auf diese Art die mo und mb, so bleibt immer der Endpunkt der verlängerten mo unterhalb der mb liegen, und es wird der Winkel omf bei seinem Hinaufbewegen weder in d noch in i, noch in p, noch in einem andern Punkt der me aufgehalten. Aus diesem geht nun klar hervor, daß der Winkel omf mit seinem verlängerten Schenkel mo, nämlich in einer Minute Zeit in n ankommen kann, und daß sich die verlängerten mo und mb in x geschnitten haben.

Daß dieses Alles eine rein geometrische, also von aller Erfahrung getrennte Wahrheit ist, wird leicht einzusehen seyn, wenn man der Beurtheilung meiner Verfahrungsart die Aufmerksamkeit schenket, die unumgänglich dabei erforderlich ist.

5) Man kann aber auch die Zweifel des Recensenten auf eine andere Art lösen, bei welcher man bestimmt beweisen kann, daß der hinaufbewegte Winkel omf auf der me Abschnitte bildet, die der md an Größe stets gleich seyn müssen. Da nun dieses Verfahren so oft geschehen kann, als man will, so muß der hinaufbewegte Winkel auch einmal in n ankommen, woselbst sich die verlängerten mo und mb immer noch geschnitten haben. Recensent sagt nämlich, wie schon oben (II) erwähnt, daß es stetige Annäherungen in's Unendliche gäbe, welche ein bestimmtes Ziel doch niemals erreichen. Dagegen läßt sich Mancherlei einwenden, weil dieser Begriff nicht immer bei der Bewegung angewendet werden kann, indem es ein Unterschied ist unter stetig fortschreitenden Bewegungen. Ist nämlich dieselbe so beschaffen, daß sie an kein Gesetz gebunden ist, wo sie also so geschwind gedacht werden kann, als man will, so kann auch jedes vorgesteckte Ziel durch sie erreicht werden. Oder ist die stetige Bewegnng von der Beschaffenheit, daß sie in einer gewissen Zeit einen gewissen Weg zurücklegt, dann in doppelt so viel Zeit einen doppelt so großen Weg, in der dreifachen Zeit einen dreimal so großen Weg zurücklegt u. s. w. (wie es etwa, wenn man die Vergleichung machen darf, bei dem Zeiger einer Uhr geschiehet, obgleich man die Bewegung an einer Uhr nicht stetig nennen kann), so ist es klar, daß durch eine solche Bewegung auch jedes Ziel erreicht werden kann. Ist aber die stetige Bewegung so beschaffen, daß sie, je länger sie dauert, immer langsamer wird, dann kann es möglich seyn, daß durch eine derartige Bewegung das vorgesteckte Ziel nicht erreicht wird. Diese Art Bewegung hat dann Aehnlichkeit mit dem Satze: wenn eine kleine gerade Linie durch das Ansetzen gleichartiger Theile (kleiner gerader Linien) in gleicher Richtung immer größer wird, die Theile aber so beschaffen sind, daß sie stets kleiner werden, so ist es ungewiß, ob die immer

wachsende gerade Linie einer andern geraden Linie an Größe je gleichkommen wird.

Diese Betrachtungen sind sehr leicht bei meiner Paralleltheorie anwendbar. Denn die Bewegung des Winkels kann man sich ja in Gedanken so schnell vorstellen, als man nur will, und immer müssen sich die verlängerten mo und mb geschnitten haben. Nur dann kann Recensent die Bewegung an meiner Theorie mit jener stets langsamer werdenden vergleichen, wenn er den Beweis führt, daß die Bewegung des Winkels auf irgend eine Art gehemmt ist. Allein dieser Beweis ist darum unmöglich, weil die Bewegung des Winkels an meiner Theorie frey, also ohne allen Zwang gedacht werden kann.

Denkt man sich nun die stetige Bewegung des Winkels durchaus von einerlei Art und setzt den Fall, der hinaufbewegte Winkel würde niemals in n eintreffen, so müßte auch nothwendig jeder, auch noch so große, denkbare Zeitraum, und sollte er auch hundert tausend Jahre betragen, dabei vorübergehen, nach welchem immer noch nicht der Punkt n durch den hinaufbewegten Winkel würde erreicht seyn. Allein dieser Schluß ist mit einem offenbaren Widerspruche verbunden. Denn angenommen, der Winkel wäre in einer Minute Zeit in d angekommen, wobei der geschlossene Raum mdg gebildet würde, so ist es klar, daß er in einer andern Minute Zeit eine eben so große Entfernung, nämlich der md gleich, wird zurücklegen können. Folglich in drei Minuten eine Entfernung, die dreimal so groß wie md ist u. s. w. Setzt nun der Winkel einen ganzen Tag seinen Weg auf der me fort, so weiß man, daß er in dieser Zeit eine Länge von 1440 md zurücklegen müßte, weil er in einer Stunde eine Entfernung von 60 md durchwandert. Also in einem Tag = 60 × 24 = 1440 md. Sollte nun der Winkel in einer Tageszeit noch nicht in n angekommen seyn, so ist's klar, daß er in einer andern Zeit gewiß in n ankommen muß, weil er in einer jeden Minute Zeit eine Entfernung = md zurücklegt und die vielmal genommene md auch einmal die mn an Größe übertreffen muß. Man sieht also hieraus abermals, welche Stärke die Anwendung der Zeiträume bei dieser Theorie besitzt.

6) Daß die bisherigen Schlüsse rein geometrisch sind, läßt sich darum leicht einsehen, weil eine ununterbrochene oder stetige, durchaus von einerlei Art beschaffene, Bewegung denkbar ist. Ferner kann eine Zeitgröße gedacht werden, die sich endigt, wo bei dieser Bewegung der Punkt o in der mb eintrifft, wodurch die md entsteht. Da nun die stets vorangehende Verlängerung von mo und mb den Winkel in seiner Bewegung nicht aufhalten kann, so müssen auch unzählig viele gleich große Zeiträume vorübergehen. In jedem derselben legt aber der Winkel einen Weg, der md gleich, zurück; folglich muß er auch einmal in n ankommen, wo immer noch beide verlängerte Linien mo und mb sich müssen geschnitten haben.

7) Setzt man nun die Bewegung des Winkels noch geschwinder, als man sich solche oben gedacht hat, welches aus dem Grunde möglich ist, weil man sich im Geiste die Bewegung so schnell vorstellen kann, als man will, so kommt auch der Winkel unter dem beständigen Schneiden der verlängerten mo und mb desto eher in n an. Es läßt sich also offenbar erweisen, daß die Einwendungen des Recensenten hier nicht bestehen können, nämlich: daß es stetige Annäherungen in's Unendliche gäbe, die ein bestimmtes Ziel doch niemals erreichen könnten. Es ist also meine Theorie auch gegen diese Einwendungen völlig gesichert. Eben so würde es sich verhalten, wenn noch mehrere Einwendungen dagegen Statt fänden, wobei man immer mehr und mehr die Ueberzeugung gewänne, daß sich solche in aller geometrischen Evidenz darstellen ließe.

III. Ferner heißt es in der Recension:

„Oder man nimmt (Figur I) auf der GB, und ihrer Verlängerung in's Unendliche, ein willkürliches Stück; es heiße Gb, und zieht von b nach GE eine gerade Linie, welche mit GE einen Winkel bildet, welcher dem Winkel MGF oder DHG gleich ist. Leicht läßt sich hier streng beweisen, daß der Punkt, in welchem diese Linie in GE eintrifft, immer weiter von G gegen E hin entfernt seyn muß, je weiter der zuerst in GB gewählte Punkt b, von G absteht. Auch sieht man, daß diese Durchschnittspunkte sich ohne alles Ende

„dem bestimmten Punkt H annähern können. Ob aber einer „dieser Punkte je einmal diesen Punkt H erreichen, oder viel„leicht noch überschreiten werde, ist durchaus unbewiesen. „Der strenge Beweis darüber wird so lange vermißt werden, „so lange man aus den willkürlichen, größer werdenden Seg„menten auf GB nicht auf das Gesetz des Größerwerdens „der ihnen zugehörigen Segmenten auf GE mit Bestimmtheit „schließen kann: ein Schluß, dessen scharfe Begründung, bis „jetzt wenigstens, noch keinem Geometer gelungen ist."

„Aus diesen Betrachtungen geht hervor, daß alle Beweise, „welche auf das Hinaufschieben des Winkels FGM gegründet „sind, nothwendig mehr oder weniger hinkend, folglich unvoll„ständig seyn müssen."

Prüfung.

Die Darstellungsart des Recensenten, nämlich auf der GB (Figur 1) ein willkürliches Stück anzunehmen u. s. w., setzt schon zu viel voraus, und kann also aus doppelten Gründen nicht bestehen. Man nehme z. B. nach dem Sinn des wörtlichen Vortrags des Recensenten in der mb den willkürlichen Punkt g an, und ziehe von g nach der me eine gerade Linie, die in der me eintrifft, so würde man ja gerade das 11te Axiom Euklid's, welches man eben zu beweisen sucht, als völlig bewiesen voraussetzen. Man kann wohl von g gegen die me hin eine Linie ziehen, allein man weiß nicht bestimmt, ob sie auch, genugsam verlängert, in der me ankommt. Setzt man aber den Fall, sie würde etwa in d eintreffen, so weiß man noch nicht, ob der Winkel mdg dem Winkel onm = DHG gleich ist. Es lassen sich also auf der verlängerten mb wohl gleiche Stücke absetzen, so viel man will, aber man kann aus ihnen keine Linien bis in die me ziehen, die lauter Winkel bilden sollen, welche dem Winkel onm = omf an Größe gleich sind. Dieses Verfahren ist vor der Paralleltheorie durchaus noch unerweislich. Aber es kann auf eine andere Art, und zwar mittelst der Bewegung des Winkels omf an der me hin, bewiesen werden, daß auf der verlängerten mb jeder gewählte Punkt erreicht werden muß. Dieses seye z. B. der Punkt q, so weiß man, daß der Winkel qpf

immer noch dem Winkel omf gleich seyn muß. Allein es drängt sich hier wiederum eine andere Schwierigkeit hervor, nämlich: obgleich durch den Schenkel des hinaufbewegten Winkels jeder, noch so weit von m entfernt liegende, Punkt auf der verlängerten mb erreicht werden kann, so folgt daraus noch nicht, daß auch der hinaufbewegte Winkel jeden Punkt in der me erreichen werde.

Ganz anders ist es aber, wenn man auf das Erreichen des Punktes in der verlängerten mb, das auch ganz nutzlos ist, gar keine Rücksicht nimmt, sondern den unveränderlich bleibenden Winkel omf an der me hinaufbewegt, der dann unter dem beständigen Schneiden der verlängerten mo und mb nothwendig, wie schon mehrmals erwiesen, im Punkte n ankommen muß. Der Durchschnittspunkt in der verlängerten mb mag nun seyn, wo er will, das ist gleichviel.

Hierbei ist noch zu bemerken, daß es höchst wahrscheinlich sey, von Seiten des Recensenten möge hier nur ein Versehen geschehen seyn. Denn es ist nicht glaublich, daß derselbe aus Punkten der mb gerade Linien bis in die me ziehen will, weil man nicht weiß, ob solche wirklich daselbst ankommen. Es ist eher wahrscheinlich, daß dadurch nur die Darstellung §. 23, Nr. 2 meiner Theorie gemeint war, wo, wie oben bemerkt, durch das Hinaufbewegen des Winkels, jeder, auch noch so weit von b entfernt liegende, Punkt in der verlängerten mb erreicht werden kann.

IV. Dann heißt es in der Recension: „In §. 21 macht „sich der Verfasser den Einwurf, ob auch bei dem Hinauf„schieben des Winkels MGF (Figur 1) jeder Punkt des „verlängerten Schenkels GM noch in die um bestimmte „Theile zu verlängernde GB treffen müsse, und liefert in „§. 22 einen strengen, aber etwas zu weitläufigen, Beweis „davon, daß jeder bestimmte Schenkel GM bei dem Hinauf„schieben des Winkels MGF mit seinem Endpunkte M durch „einen Punkt in GB gehen müsse, welcher näher bei G liegt, „als GM an Größe beträgt. — Unsere Leser werden sich leicht „von der Richtigkeit dieser Behauptung überzeugen, wenn sie „sich die gegebene GM von G auf GB getragen, und aus „ihrem Endpunkte daselbst eine Linie nach GH gezogen denken,

„welche mit ihr den spitzen Winkel MGF bildet. Nennt man „diese Linie NT, so ist Winkel NTG gleich Winkel MGF, „und weil nun GM so groß als GN, NT aber größer als „NG ist, so ist auch NT größer als GM, folglich ein Theil „von TN so groß als GM, woraus die Richtigkeit des Satzes „leicht folgt."

„Die Schärfe dieses Beweises kann aber dem Systeme „des Verfassers keine größere Festigkeit verleihen. Denn immer „bleibt es hier unbewiesen, ob die auf diese Weise ent„stehenden Segmente GT u. s. f. so groß sind, daß man ein„mal den gegebenen Punkt H erreichen oder überschreiten müßte, „wie wir im Vorhergehenden schon ausgeführt haben."

Prüfung.

Daß z. B. Figur 1 durch den Beweis in §. 22 meiner Theorie die Größe der Segmenten md, di u. s. w. gegen einander, so wie sie vom Recensenten verlangt werden, noch nicht dargethan ist, weiß ich wohl. Dazu sollte dieser Beweis auch nicht dienen, sondern er soll nur zeigen, wie weit man die mb zu verlängern habe, damit man ganz gewiß gesichert ist, daß h oder jeder Endpunkt der verlängerten dh bei'm Hinaufbewegen des Winkels jedesmal in die mb oder in ihre Verlängerung fallen muß. Wäre dieser Beweis nicht geschehen, so wüßte man ja nicht, wo sich während der Bewegung des Winkels der Endpunkt h befände; und er könnte auch dann eben so gut eine Lage oberhalb mb bekommen, welches aber nicht seyn darf. Es mußte also dafür gesorgt werden, um diese bedeutende Lücke auszufüllen, und dazu kann der Beweis am besten dienen. Denn nun ist man ganz versichert, daß bei'm Hinaufbewegen des Winkels der Endpunkt der verlängerten mo nie mehr oberhalb mb fallen kann.

Noch ist zu bemerken, daß man bei obiger Beweisart, wenn die GM auf der GB von G bis N abgetragen wird, nicht von N bis in die GH etwa bis T eine Linie zieht, wie es in der Recension heißt, denn sonst würde man ja das 11te Euklid. Axiom als bewiesen voraussetzen, sondern wenn man sich den Winkel MGF mit seinem verlängerten Schenkel GM an der

GE hinaufbewegt denkt, so muß ein Punkt des verlängerten Schenkels GM auch einmal in N gelegen haben. In dieser Lage ist nun TN offenbar größer als GN oder GM, weil im Dreieck TGN der Winkel bei G der größte ist, folglich muß der Punkt M schon früher zwischen der GN gelegen haben.

Was die Weitläufigkeit meines Beweises betrifft, so hat Recensent gleichfalls Recht. Daher wurde in der zweiten Ausgabe meiner Paralleltheorie bemerkt, wie derselbe weit kürzer gegeben werden kann.

V. Dann heißt es in der Recension: „Auch glaubt der „Verfasser ohne befriedigenden Grund, das in den Theorien „von Kästner und Schmidt noch Mangelnde vollständig „ergänzt zu haben; wie er sich in Bezug auf die in der Critik der Parallelentheorie enthaltene Prüfung dieser „Ansichten äußert. Dem Verfasser dieser Critik ist wohl die „Möglichkeit der unendlichen Verlängerung beider Linien „(GB und GM) nicht entgangen. Allein er fand hierin „keine vollkommene Befriedigung des Verstandes."

Prüfung.

Daß man bei der Kästner'schen Paralleltheorie durch das Herabbewegen des Winkels das Ziel nicht erreicheu kann, ist eine schon längst bekannte Sache. Das Nähere hiervon findet man in Hoffmann's Parallelcritik Seite 61. Was die Schmidt'sche Theorie betrifft, so heißt es in derselben Parallelcritik Seite 150:

„Wollte man nun auch diese Unvollständigkeit in dem „vorliegenden Systeme, die allerdings sehr leicht zu verbessern „ist, hier übergehen, so ist die fernere Darstellung derselben „doch so wenig streng befriedigend, als es die Theorie von „Kästner ist, womit sie beinahe vollkommen übereinstimmt. „Wenn man nämlich (Figur 6) Winkel eaB > Winkel „ecd setzt, so ist wohl klar, daß der Schenkel aB, bei dem „Herabbewegen des Scheitelpunkts a nach c, mit seiner „ganzen Länge durch cd gegangen sey, und daß nun cD „ganz unterhalb der cd liegen müsse; allein daraus folgt im„mer noch nicht, daß der Schenkel aB in der Lage, welche er

„in dem Punkte a hat, auch schon diese cd schneiden müsse. „Denn es ist doch offenbar nicht evident, daß wenn die Linie „cae immer mehr und mehr verlängert wird, und der Schen„kel aB sich unter dem bleibenden Winkel caB immer mehr „und mehr von c entfernt, man auch nun noch behaupten „müsse, dieser verlängerte Schenkel werde die untere Linie „cd immer noch durchschneiden. Um hier unnütze Wieder„holungen zu vermeiden, verweise ich auf die Prüfung der „Kästner'schen Theorie, wo diese Betrachtungen weiter aus„geführt sind, und die Unzulänglichkeit dieser Darstellungs„weise umständlicher erwogen wird."

Es wurde nun in meiner Theorie Seite 22 gezeigt, so wie es auch an Figur 6 klar hervorgehet, daß der Punkt B bei'm Hinaufbewegen des Winkels faB einmal oberhalb cd fallen kann, wenn man die aB und cd nicht verlängert, wie dies bei den Punkten B', B'' der Fall ist. Aber gerade an dieser Figur kann man die große Stärke gewahr werden, welche das beiderseitige Verlängern von aB und cd hervorbringt. Es ist nämlich dem hinaufbewegten Winkel caB unmöglich gemacht, je einmal mit dem Endpunkt seines verlängerten Schenkels aB oberhalb cd zu kommen. Aber deßwegen kann doch dieser Winkel bei seiner Bewegung jeden Punkt in der, nach oben verlängerten ca erreichen, wie schon mehrmals ist gezeigt worden. Ich glaube also für gewiß, das noch Mangelnde an den Theorien von Kästner und Schmidt vollständig ergänzt zu haben.

Daß man sich auch (Figur 1) die mo und mb, ehe die Bewegung des Winkels gegen e hin ihren Anfang nimmt, bis in's Unendliche verlängert vorstellen kann, hat seine Richtigkeit. Bewegt sich dann der Winkel in der me hinauf, so müssen sich in jedem Punkt der me, wo der Winkel eintrifft, die zwei unendlich großen Linien geschnitten haben, also auch im Punkte n. Allein diese Darstellung, die in meiner Theorie §. 23, Nr. 6 vorkommt, gefiel mir in der Folge nicht recht; denn ich wollte es nur mit begrenzten Linien zu thun haben. Darum habe ich nicht nur in meinen im Jahr 1817 erschienenen Multiplicationstafeln, wovon unten §. 33 noch die Rede seyn wird, sondern auch später noch an

mehreren Orten (§. 21) mich nur allein auf §. 23, Nr. 5 bezogen, mit dem Bemerken, daß man daselbst alle geometrische Evidenz antreffen wird.

VI. Endlich heißt es in der Recension:

„Noch fügt der Verfasser in §. 23 mehrere Erläute„rungen über den Beweis seines Hauptsatzes bei. Sie sollen „demselben größere Stärke verleihen, und man sieht deutlich, „mit welchem Eifer und wie beharrlich er seinen Gegenstand „durchgedacht hat. Allein aufrichtig gestanden, sie leisten nicht, „was sie sollen.“

„In Nr. 1 wird daraus, daß der Schenkel GM des an „GH hinaufzuschiebenden Winkels FGM jede Größe erhalten, „und z. B. 10,000 Meilen und darüber betragen kann, ge„schlossen, daß, wenn sein Endpunkt (er heiße x) in die ver„längerte GB eingetroffen ist, und nun dieses Verfahren immer „wiederholt wird, auf GH Segmente entstehen, deren Summe „einmal so groß oder noch größer als GH werden müsse. Daß „dieser Schluß nicht scharf begründet ist, leuchtet von selbst aus „dem Vorhergehenden ein. — Da es nicht schwer ist, das Un„zulängliche der noch folgenden 5 Nummern aufzufinden, so „übergehen wir, um nicht zu weitläufig zu werden, ihre aus„führliche Critik, fühlen uns aber verpflichtet, den redlichen „Eifer des wackern Verfassers rühmend anzuerkennen, mit dem „Beisatze, daß seine Darstellung, wenn man einzig von Grün„den der Anschauung spricht, vielen andern vorgezogen „werden darf. Der Verstand findet aber auch hier nicht, „was er sucht, d. h. befriedigende discursive Ueberzeugung.“

Prüfung.

Es wurden freilich in §. 23 meiner Theorie mehrere Erläuterungen beigefügt, und 6 verschiedene Arten angegeben, um dadurch dem Hauptsatze meiner Beweisart eine größere Festigkeit zu geben. Allein unter diesen 6 Arten ist keine so bündig wie jene in Nr. 5, worauf ich mich auch schon in der Vorrede meiner Theorie bezogen hatte, weil sich die 4 ersten meistens auf den Augenschein gründen. Um so betrübender war es mir, daß Recensent sich so nahe an der wahren Stelle befand, und sie nur darum überging, weil er der Meinung

war, alle übrige 5 Darstellungen würden sich eben so, wie jene von Nr. 1, auf den Augenschein gründen. Hätte sich aber Recensent an der Stelle Nr. 5 verweilt, besonders, weil schon in der Vorrede darauf hingedeutet wurde, und würde er solcher eine besondere Aufmerksamkeit gewidmet haben, so glaube ich bestimmt, daß er Dasjenige gefunden hätte, was den Verstand befriedigen kann.

Die Gefälligkeit des Recensenten, meine Paralleltheorie zu beurtheilen, wofür ich Ihm meinen verbindlichsten Dank bezeige, veranlaßte mich meistens zu der zweiten Ausgabe derselben, in welcher ich die Zweifel des Recensenten zu lösen suchte, und worin, so wie auch in gegenwärtigem Buche, ich glaube Alles erschöpft zu haben, was sich über diesen Gegenstand sagen läßt.

Schließlich sey es mir erlaubt, ein erdichtetes Gespräch zweier Personen über meine Paralleltheorie anzuführen, die von beiden auch durch gegenwärtiges Buch gekannt seyn soll, und wobei auf die Figur 1 hingewiesen wird, weil Recensent am Ende seiner Beurtheilung sich äußert, daß man keine befriedigende discursive Ueberzeugung von meiner Theorie geben könne.

§. 11.

A. Was halten Sie wohl von B. Paralleltheorie?

B. Ich kenne sie zwar und habe auch darin alle vorgetragene Sätze sehr streng erwiesen gefunden. Allein es mangelt mir an Zeit und Muse, das Ganze sorgfältig durchzugehen. Ich kann also noch kein Urtheil über sie fällen.

A. Ich meine, die ganze Darstellungsart (Figur 1) wäre etwas mit der Erfahrung verwandt.

B. Das meine ich eben nicht, die gerade Linie ausgenommen, die wir bekanntlich nur aus der Anschauung kennen, die aber allgemein in der Geometrie angenommen wird.

A. Kann der Winkel omf so groß gedacht werden, daß der Endpunkt o an der mb so nahe liegt, wie der Verfasser einen solchen Winkel in §. 2, V (gegenwärtiger Abhandlung) anführt, wobei immer noch der Punkt o unterhalb mb liegt?

B. Warum nicht; das kann sehr leicht geschehen. Der

Winkel omf ist ja angenommenermaßen kleiner als der Winkel bmf. Da nun beide Winkel den Schenkel mf und den Scheitelpunkt m gemein haben, so muß auch o unterhalb mb liegen.

A. Gut: wenn aber der Verfasser diesen Winkel an der me hinaufbewegen läßt, was doch sehr schnell gedacht werden kann, wie ist der Punkt o, der jetzt schon sehr nahe an mb liegt, stets unterhalb mb zu erhalten?

Oder: kann nicht, während des Hinaufbewegens, der Punkt o eher in der mb ankommen, als ein anderer Punkt, der zwischen der mo liegt. In diesem Falle müßte bei'm fernern Hinaufbewegen des Winkels, die mo nothwendig einmal in eine Lage kommen, wo sie die mb nicht mehr schneiden würde?

B. Diese schwerscheinende Fragen sind auch sehr leicht zu beantworten. Der Verfasser benützet nämlich, in Gedanken, bei'm Hinaufbewegen des Winkels die überall vorkommenden Zeiträume, zur beständigen Verlängerung beider Linien, welches möglich ist, und so läßt sich leicht der Endpunkt der verlängerten mo stets unterhalb der mb erhalten, weil die Verlängerung beider Linien eher anfangen kann, als sich der Winkel in Bewegung setzt.

Was das Andere betrifft, so kann o nicht eher in der mb ankommen, als ein anderer Punkt zwischen der mo; denn sonst würden ja zwei gerade Linien einen Raum einschließen, welches unmöglich ist. Folglich ist o der letzte Punkt von mo, der in der mb ankommen kann.

A. Aber ist durch dieses Verfahren dem Winkel in seinem Laufe nach n hin kein Zwang angethan?

B. Nicht im Geringsten, denn in welchem Punkte der mn auch der Winkel eintreffen mag, so hat schon vorher eine Verlängerung beider Linien Statt gefunden. Er ist also nirgends aufgehalten, und kann demnach ununterbrochen seinen Weg fortsetzen.

A. Man kann sich aber doch die Bewegung des Winkels so schnell denken, daß einmal ein Endpunkt der verlängerten mo oberhalb der verlängerten mb fallen kann.

B. Nicht möglich: denn die Verlängerungen geschehen

immer, wie schon gesagt, vor der Bewegung, wobei man also stets Zeit hat, dieselbe so zu verrichten, daß nie der von Ihnen gesetzte Fall eintreten kann. Denken Sie sich also die Bewegung noch so schnell, so kann die Verlängerung beider Linien als immer noch schneller gedacht werden, und die verlängerten mo und mb haben sich stets geschnitten. Dieses hat der Verfasser in den Erläuterungen seiner Theorie Seite 46 durch das Beispiel mit einem Vogel trefflich darzustellen gewußt. Auch dasjenige, was der Verfasser (§. 2, V) von Kästner aus dem Hamburger Magazin anführt, hat seine volle Richtigkeit und kann hier recht gut angewendet werden. Denn man kann sich in einem jeden, auch noch so kleinen, Zeitraum die Verlängerung von mo und mb im Gedanken so schnell vorstellen, daß sich solche Linien bei jeder Bewegung, die der Winkel gegen n hin macht, immer müssen geschnitten haben.

A. Ich muß Ihnen hierin Recht geben; denn dem Verfasser stehen ja überall die Zeiträume zu Diensten, die er jedesmal zur Verlängerung beider Linien anwenden kann. Folglich ist es nicht wohl möglich, daß irgend ein Endpunkt von mo einmal oberhalb mb fallen kann.

Mir fällt so eben ein, daß man sich auch die Bewegung des Winkels langsam denken kann. Dabei würden also alle Zweifel verschwinden, als könne einmal ein Endpunkt von mo oberhalb mb fallen. Denn auch ein Gegenstand, der sich langsam aber ununterbrochen fortbewegt, muß einmal sein vorgestecktes Ziel erreichen, er mag auch anfangs so weit vom Ziel entfernt liegen, als er will.

Man setze den Fall, die ununterbrochene stets gleichförmige Bewegung des Winkels von m bis n geschehe in einer Jahresfrist, so läßt sich doch gewiß die Verlängerung beider Linien so verrichten, daß sie sich stets geschnitten haben.

B. Ganz richtig, besonders wenn man auch die Linie mn sehr klein, z. B. nur von 4 Zoll Länge setzt, und die Bewegung des Winkels in Jahresfrist oder noch länger geschehen soll, so haben die Linien mo und mb Zeit genug, sich zu verlängern. Aber welche Trägheit herrscht nicht in dem ganzen Wesen. Mir gefällt daher die schnelle Bewegung

weit besser, wobei der Geist, wenn man sich so ausdrücken darf, mehr in Thätigkeit versetzt wird, und sich da in seinem wahren Element, wie es überhaupt bei geometrischen Beweisen der Fall ist, zeigen kann. Es kann auch hier bei jeder denkbaren schnellen Bewegung des Winkels von gar keinem Zweifel, dessen Sie vorhin erwähnt haben, die Rede seyn, und die Erfahrung muß hier weit zurückstehen, und kann ihr Recht nicht so, wie bei den bisherigen Beweisen der Paralleltheorie behaupten. Das Auge des Geistes sieht schärfer wie das sinnliche; denn auch die schnellste Bewegung des Winkels kann es nicht hintergehen, und immer, wo auch der Winkel in der me eintreffen mag, müssen sich beide Linien schon vorher geschnitten haben.

Nur diesen Zweifel habe ich noch, an den ich schon oftmals dachte. Wenn z. B. die Linien mo und mb in ihren Verlängerungen nicht wachsam genug wären, so könnte es ja leicht möglich seyn, daß ein Endpunkt der verlängerten mo einmal oberhalb der verlängerten mb fiele. Ich wäre begierig, zu wissen, wie der Verfasser diesen Stein aus dem Wege räumen könnte.

A. Es freut mich, daß ich Ihnen auch einmal einen Zweifel lösen kann. Ich meine, wenn die Linien nicht wachsam genug wären, so würde dieses zwar nicht gerade zum Vortheil der Paralleltheorie gereichen, aber einen richtigen Schluß könnte man doch daraus ziehen. Denn gesetzt: diese Linien wären wachsam gewesen, so ist man schon im Voraus überzeugt, daß der Winkel in n angekommen wäre, wo sich die Linien immer noch geschnitten hätten. Wenn man aber die Möglichkeit von irgend Etwas schon voraussehen kann, so ist das eben so gut, als wenn sie wirklich vorhanden wäre.

B. Sie haben wahrhaft Recht, und ich muß mich über mich selbst wundern, daß mir der, so leicht aus dem Wege zu räumende, Zweifel so lange verborgen bleiben konnte, da ich doch schon sehr vertraut mit des Verfassers Paralleltheorie geworden bin. So geht es aber sehr häufig in der Welt. Man sieht öfters die leichtesten Dinge nicht, und vielleicht bloß darum nicht, weil manche davon zu sehr in unserer Nähe liegen, und wir daher über sie wegsehen, bis uns ein Ungefähr er-

kennen läßt, was ganz in unserer Nähe vorgeht. Erblicken wir nun in diesem Falle etwas von Bedeutung, dann staunen wir, wie das möglich seyn konnte, und doch sind dergleichen Fälle hier sehr häufig. In diese Klasse naheliegender Gegenstände kann man nun, glaube ich, auch des Verfassers Paralleltheorie mit vollem Rechte aufnehmen, weil sie uns gewiß auch sehr nahe gelegen war, und sie so lange Zeit, bei dem angestrengtesten Nachdenken unzähliger Mathematiker, dennoch nicht bemerkt wurde.

A. Da sie jede sinnliche Darstellung an dieser Theorie abzusprechen scheinen, und Ihnen das Ganze reingeometrisch vorkommt, so erlauben Sie mir noch eine Frage. Die Figur 1 ist unsern Augen so vorgestellt, daß alle Linien daran nach einem Lineal gezogen zu seyn scheinen. Nun wollen wir uns aber unter der Figur 7 eine wahre Mißgestalt vorstellen, eine Figur also, woran die Linien, mit geistigem Auge betrachtet, immer noch gerade sind, aber den sinnlichen Augen ganz abweichend von der geraden Linie erscheinen. Können also hier die Behauptungen des Verfassers immer noch gelten?

B. Allerdings; denn der Winkel bmf bleibt nach der Annahme immer größer als der Winkel omf. Folglich liegt o unterhalb mb und kann erst durch das Hinaufbewegen des Winkels in die mb gebracht werden. Dem Augenschein nach müßte der Punkt o eher in die mb fallen, wie der Punkt c. In diesem Falle, den Sie schon früher gesetzt haben, würden aber zwei gerade Linien einen Raum einschließen, welches unmöglich ist. Mithin muß bei'm Hinaufbewegen des Winkels der Punkt c eher in der mb ankommen, wie der Punkt o. Es können also alle Fälle des Verfassers doch Statt finden, man mag sich die Figur so mißgestaltet vorstellen, wie man will.

A. Ich sehe, daß Sie in das Wesen dieser Theorie besser eingedrungen sind, wie ich, weil Sie alle meine Zweifel so bündig lösen konnten. Uebrigens scheint es mir, daß sich der Verfasser in seinen Aeußerungen öfters sehr kühn ausdrückt, indem er behauptet, seine Theorie könne nicht mit Gründen widerlegt werden. Was halten Sie davon?

B. Diese Theorie hat mich freilich schon sehr interessirt,

weil alle ihre Theile so fest mit einander verbunden sind. Denn verdoppeln Sie auch ihre Fragen, oder vervielfältigen Sie solche nach Belieben, und denken über jede Frage gehörig nach, so werden Sie immer finden, daß jede Frage, bei der man einen Zweifel verborgen glaubt, etwas Unmögliches enthalten würde, welches also immer zum Vortheil der Paralleltheorie des Verfassers ausfallen muß.

Warum Sie die Aeußerungen des Verfassers für kühn halten, kann ich nicht einsehen. Denn bei so klaren Vordersätzen, wie sie derselbe zum Grunde legt, ist es wahrlich keine Kunst, kühn zu seyn. Er ist nämlich sich selbst bewußt, daß man diese Vordersätze nicht angreifen, noch weniger widerlegen kann, worin man ihm auch beistimmen muß. Er zieht also hieraus den richtigen Schluß, daß auch seine ganze Darstellungsart nicht widerlegt werden könne.

Betrachten Sie nur einmal, wie groß die Stärke des Verfassers Theorie an derjenigen Stelle ist, wo man sich (Figur 1) den Winkel omf in einer steten, durchaus sich gleichbleibenden Bewegung von m bis n hin vorstellt. Die Vorstellung davon ist darum erlaubt, weil die Bewegung keinem Gesetz unterworfen ist, und also bloß von unserer Willkür abhängt. Man kann sich daher auch den beweglichen Winkel in Gedanken vorstellen, wie man will. Nun wollen wir den Fall setzen, der Winkel würde bei einer beständigen Verlängerung der mo und mb, und bei einem immerwährenden sich gleichbleibenden Hinaufbewegen dennoch nicht in n ankommen, so muß nothwendig dabei auch jeder denkbare Zeitraum vorübergehen. So könnte z. B. bei einer derartigen Bewegung der Winkel dennoch in Jahresfrist, und noch länger, nicht in n ankommen. Nun nehme man einmal an, der Winkel hätte die Entfernung md in einer Secunde Zeit zurückgelegt, so müßte er natürlich in zwei Secunden 2 md, in drei Secunden 3 md, in einem ganzen Tag = 86400 md, also in einem Jahre = 31,536000 md zurücklegen. Hat nun der Winkel in Jahresfrist den Punkt n noch nicht erreicht, so wird er ihn in der Folge doch noch erreichen müssen, weil er in jeder Secunde Zeit eine Weglänge, der md gleich, zurücklegt, und die vielmals genommene md endlich die mn an Größe

übertreffen muß. Sie sehen also, daß die Annahme, als könne der Winkel bei einer steten, sich immer gleichbleibenden, Bewegung dennoch nicht in n ankommen, mit einem offenbaren Widerspruch verbunden ist.

Ich möchte wissen, was die Mathematiker gegen die so eben angeführten reinen Vernunftschlüsse einwenden könnten. Es ist nicht schwer, sich noch mehrere Beispiele ähnlicher Art zu machen, woran die klare Wahrheit erkannt werden kann. So viel ist richtig, daß des Verfassers Theorie bisher noch nicht mit derjenigen Aufmerksamkeit ist behandelt worden, wie sie es doch verdient hätte. Alle seine Schriften haben immer etwas Neues geliefert, das von Sachkennern mit großem Beifall aufgenommen wurde. Es läßt sich also auch vermuthen, daß der Verfasser klare Vorstellungen von Demjenigen haben mag, was er abhandelt. Also mag er auch von der bekannten, sehr schwierigen, Paralleltheorie, die er für völlig berichtigt ausgibt, klare Vorstellungen haben. Ein Beweis davon gibt (§§. 17. 18) Hoffmann, der vom mathematischen Publikum mit Recht für einen feinen und scharfsinnigen Critiker in diesem Fache gehalten wird. Er wählt nämlich aus der großen Anzahl von Versuchen, die Paralleltheorie zu berichtigen, nicht mehr wie sechs, die der Wahrheit am nächsten kommen, und also für die bestgelungensten gerechnet werden. Und gerade unter diesen sechs auserlesenen befindet sich auch des Verfassers Theorie. Dies wäre doch gewiß ein hinlänglicher Grund, seiner Theorie eine größere Aufmerksamkeit zu schenken, zumal da derselbe mit dem Urtheile Hoffmann's in der Art nicht befriedigt zu seyn scheint, weil er behauptet, seine Theorie gründe sich nicht auf das anschauliche Erkennen, wenn es sich auch bis zur evidenten Ueberzeugung erheben würde, wodurch die Wahrheit unerschütterlich hervorginge, sondern dieselbe gründe sich auf geistige Wahrheiten und enthalte mithin alle geometrische Evidenz; denn immer weiset er dahin, daß sich solche in §. 23, Nr. 5 seiner Theorie befinde.

Des Verfassers Beweisart zeichnet sich auch darin vor vielen andern Paralleltheorien aus, daß man sich über dieselbe, ohne eine Figurenzeichnung vor sich zu haben, in ein Gespräch einlassen kann. Denn die Figur davon läßt sich leicht

in Gedanken behalten, und alles Uebrige gibt die Vernunft, daß es so und nicht anders seyn kann. Auch durch ihre Einfachheit zeichnet sich diese Theorie vor vielen andern aus; und eben deßwegen wird es schwer halten, viele Einwendungen dagegen zu machen, weil solche entweder gleich gehoben werden können, oder weil sich solche durch Widersprüche auszeichnen, und also ohnedieß nicht bestehen können.

Uebrigens kann ich, wie ich schon früher bemerkt habe, noch kein bestimmtes Urtheil über diese Theorie fällen, welches aber geschehen soll, wie ich mehr Zeit dazu bekomme. So viel kann ich aber, vermöge der Notizen, die ich mir davon machte, schon zum Voraus sagen, daß ich unter den vielen, mir schon zu Gesicht gekommenen, Paralleltheorien jener des Verfassers immer den Vorzug geben muß. Wenn daher derselbe behauptet, seine Theorie wäre evident erwiesen, so meine ich, daß die Reihe an uns wäre, seine Behauptung zu widerlegen, und besonders seine Vordersätze (§. 3) mit ihrer Verbindung anzugreifen. Aber welcher Mathematiker wird den Versuch wagen, eben diese Vordersätze, die nur allein aus der Vernunft entspringen, für mangelhaft und grundlos erklären zu wollen? Daher zweifle ich, ob man diese Theorie wird gründlich widerlegen können. Es wäre also nicht allein wegen des großen Nutzens für die Wissenschaft, sondern auch der Merkwürdigkeit wegen sehr zu wünschen, wenn die Theorie des Verfassers in allen ihren Theilen gleich andern Paralleltheorien von Sachkennern würde streng beurtheilt, und das Resultat davon zur allgemeinen Kenntniß gebracht werden, ob denn wirklich die tief versteckte Wahrheit gefunden sey oder nicht.

§. 12.

Herr Hofkammerrath und Professor Semer an der hohen Schule dahier, hatte im October 1818 die Gefälligkeit, mir, in Betreff meiner Paralleltheorie, einen Briefauszug von dem geistlichen Rath und Professor der Mathematik, Herrn Magold in Landshut, zuzustellen. Da ich nun bei der Bearbeitung gegenwärtigen Buches den Herrn Semer fragte, ob ich diesen Briefauszug, nebst meinen Bemerkungen hierüber, mit abdrucken lassen dürfte, so ertheilte mir derselbe die gütige Erlaubniß mit dem Bemerken: „Thun Sie es ohne Bedenken;

„ich werde es bei Herrn Magold schon zu verantworten „wissen.“

Briefauszug, dd. Landshut den 12. October 1818.

„Die neue Theorie über die Parallellinien Hrn. Bürger's „habe ich schon vor längerer Zeit, gleich nachdem Sie mir solche „zu schicken die Güte hatten, aufmerksam durchgelesen. Mir „gefiel sie sehr wohl; allein nach meiner Ansicht hat der Hr. „Verfasser das nicht geleistet, was man eigentlich fordert. Man „bezweifelte nie die Wahrheit des Satzes: daß bei Parallel„linien die Summe der beiden inneren Winkel 180° betrüge, „und der äußere dem inneren Winkel gleich sey, so wie die „Wechselwinkel. Allein man vermißte an den bisherigen Be„weisarten jene Bündigkeit, Anschaulichkeit und Kürze, die „den übrigen geometrischen Beweisen so ganz eigen ist. Der „Verf. hat den Kästner'schen Beweis ausführlicher bearbei„tet, aber obigen Forderungen dadurch noch kein Genüge ge„leistet. Ich habe dermalen nicht Zeit, dessen Schrift wieder „durchzugehen, um Schritt für Schritt meine Bemerkungen „beizufügen.“

„Maurus Magold.“

Unter den gleichen Wechselwinkeln hat Herr Magold gewiß nicht (Figur 2) die gleichen Wechselwinkel DGH und AHG verstanden, weil aus ihnen die Möglichkeit der Parallelen AB und CD hervorgegangen ist. Derselbe hat also unter den gleichen Wechselwinkeln u. s. w. eher jene Winkel verstanden, die man erhält, wenn man sich durch die Parallelen AB und CD (Figur 3) eine andere beliebige gerade Linie IK gezogen vorstellt, welche die AB und CD in L und M schneidet, und wodurch die Wechselwinkel o und n oder p und u entstehen. Es ist aber noch nicht so klar, daß diese Wechselwinkel einander gleich seyn sollen. Eben ihre Gleichheit ist bisher bezweifelt worden, weil man solche noch nicht hat streng erweisen können. Gibt man nun von dem 11. Euklid. Axiom einen Beweis, der ganz unabhängig von Parallellinien ist, so wie er (§§. 1. 2) gegeben wurde, so kann damit sehr kurz und evident die Gleichheit der Wechselwinkel nach Euklid's 29. Satzes bewiesen werden, wie es auch (§. 6) geschehen ist. Und so verhält sich's mit allen Wechselwinkeln, man mag sich die gerade Linie durch

die schon construirten Parallellinien gezogen vorstellen, wo man will.

Es wäre mir sehr angenehm, wenn Herr Magold die Gefälligkeit hätte, bei einer schicklichen Zeit seine Bemerkungen über mein Parallelsystem zu machen. Vielleicht darf ich bei gegenwärtiger Ausgabe solchen entgegensehen.

§. 13.

Bei Gelegenheit einer Recension (Leipziger Literaturzeitung vom Jahr 1819, Nr. 257) über meine unten §. 33 angeführten Multiplicationstafeln heißt es von meiner Paralleltheorie:

„Des Verfs. Erwiederung auf eine, wie es scheint, nur „handschriftlich ihm zugeschickte Recension seiner Parallelen„Theorie, hält Recensent zu recensiren nicht des Raumes „werth. — Seine Tafeln aber dürften, unter allen bisher ver„suchten Hülfsmitteln zur Erleichterung der Multiplicationen, „für den ökonomischen Feldmesser schon jetzt das Beste seyn" u. s. w.

Aus dieser Aeußerung konnte ich zwar abnehmen, daß Recensent meine Paralleltheorie nicht einmal einer Critik würdig hielt. Es war mir aber nicht möglich, jene Stellen zu erkennen, welche demselben mangelhaft vorkamen. Hätte es aber dem Recensenten gefallen, solche mit Aufmerksamkeit zu behandeln, so würde er meine Theorie, ich sage nicht zu viel, eben so, wie meine Multiplicationstafeln, für das beste bisher Erschienene gehalten haben, welches sich aus dem bereits Vorgetragenen hinlänglich wird ergeben haben.

Schon aus meinen Multiplikationstafeln hätte Recensent ersehen können, daß meine Paralleltheorie auch eine Beurtheilung verdient hätte, weil diese Tafeln sich nicht auf ein mechanisches Machwerk gründen, sondern wobei der Verstand sehr angestrengt war. Denn nur durch ein unermüdetes rastloses Nachdenken wurde ich endlich auf die Zusammensetzung algebraischer Formeln geleitet, wonach man sehr einfach verfahren, und so bei Rechnungen die Multiplication zweier Zahlen entbehren kann. Denn es ist aus der Geschichte dieses Gegenstandes hinlänglich bekannt, daß man schon lange und öfters bemüht war, eine erleichterte Multiplikation zu erfinden, und

daß über diesen Punkt schon vor mehr als hundert Jahren (§. 40, I) Tafeln herauskamen, die aber doch nicht so einfach und leicht Dasjenige zu leisten schienen, was mir hiervon gelungen ist.

Auch die sichere Probe bei dieser Rechnungsart kostete ein scharfes Nachdenken, wobei man nun sehr leicht nach §. 6 der Einleitung dieser Tafeln verfahren kann. Aus diesem geht nun hinlänglich hervor, daß Recensent auch meiner Paralleltheorie eine größere Aufmerksamkeit hätte widmen sollen, zumal da ich in eben dem Anhange, den Recensent leider nur oberflächlich behandelt zu haben scheint, dreimal die Stelle §. 23, Nr. 5 meiner Theorie anführte, worin das ganze Geheimniß enthüllt liegt.

Die Ursache, warum Recensent sowohl, als noch Andere, meiner Paralleltheorie so wenig Zutrauen schenken, mag vielleicht darin liegen, weil von den Mathematikern bisher noch kein vollkommen befriedigendes Parallelsystem erschienen ist, und weil dadurch der allgemeine Glaube bei'm mathematischen Publikum stets herrschender wird, als seye kein reingeometrischer Beweis von dieser Theorie zu geben möglich. Kommt nun ein Mann, der als Geometer weiter nicht bekannt ist, mit einer Theorie der Parallelen, also gerade mit dem schwierigsten und zugleich wichtigsten Punkt in der Geometrie, zum Vorschein, mit einem Gegenstand also, der schon längst im Verruf steht, weil man ihm den Beinamen, das berüchtigte Axiom gab, so ist leicht einzusehen, daß man den Bemühungen eines solchen Mannes nicht viel Zutrauen schenken wird.

Die Aeußerungen des Recensenten haben mich zu einer nothgedrungenen Erklärung in der Leipziger Literaturzeitung (Intelligenzblatt Nr. 38, vom 12. Februar 1825) veranlaßt, die auch etwas später, mit einigen Zusätzen vermehrt, bei Marx in Karsruhe im Jahr 1825 erschienen ist, wobei ich glaubte, damals meine Paralleltheorie in das hellste Licht gesetzt zu haben.

§. 14.

Ueber meine Paralleltheorie zweiter Ausgabe, aus dem Leipziger allgemeinen Repertorium der neuesten in- und ausländischen Literatur für 1820. Herausgegeben von einer Ge-

sellschaft Gelehrten und besorgt von Chr. Dan. Beck. 3r Bd. 6s Stück. Seite 417 heißt es:

„Es ist dies kein neuer Druck der 1816 zuerst erschienenen „Schrift, sondern es sind nur theils die neue Vorrede, theils „die Erläuterungen über vorstehende Paralleltheorie, Seite 37 ff., „angeheftet worden. Den Hrn. Verf. veranlaßte die Bemerkung, „daß Euklid's eilftes Axiom keineswegs zu einer festen Un„terstützung der Paralleltheorie diene, zu eignen Versuchen „hierin, und, nachdem ihm mehrere mißlungen waren, auch „fremde ihn nicht befriedigten, glaubte er endlich eine vollkom„men begründete Paralleltheorie, die sich nur auf Vordersätze „aus Euklid's Elementen stützt, gefunden zu haben, und „machte sie in dieser Schrift bekannt. Da Manches in der„selben noch nicht ausgeführt und erläutert genug schien, so „hat er nun die Darstellung seiner Theorie weitläufiger aus„einander gesetzt und zugleich die Bemerkungen eines Recen„senten theils berücksichtigt, theils beantwortet. Dies ist auf „eine befriedigende Art in den neuen Erläuterungen geschehen, die „einen neuen Beweis von seinem unermüdeten und angestrengten „Forschen enthalten. So sehr er aber auch eine genaue Prü„fung seiner Beweisart wünscht, und sich die Möglichkeit der „Einwendungen denkt, so fest ist er von der Richtigkeit und „Evidenz seiner Darstellung überzeugt."

Diese Zeitschrift enthält zwar, wie es darin heißt, nur kurze, aber den Hauptinhalt und Werth neuerer Werke angehende Berichte; um so erfreulicher war es mir, obigen Bericht über meine Paralleltheorie zu lesen, indem ich daraus schließen konnte, daß sie mag gefallen haben.

§. 15.

Nicht viel besser, als Dasjenige, was (§. 13) in der Recension über meine Paralleltheorie gesagt war, ist auch jenes gewesen, was mir in der Jenaischen allgem. Literaturzeitung (Ergänzungsblätter Nr. 17, vom Jahr 1824) zu Gesicht kam. Die Recension betraf auch eigentlich meine Multiplicationstafeln, die dem Recensenten gut gefallen haben. Am Ende der Recension heißt es:

„In dem Anhange bemüht sich Hr. B. die ihm von „einem anonymen Recensenten zugeschickte Kritik seiner Theorie

„zu widerlegen. Ohne uns hier in eine weitläufige Unter„suchung einzulassen, müssen wir gestehen, daß der Verf. nicht „glücklicher gewesen ist, als die große Zahl seiner Vorgänger, „und die später erschienenen Versuche seiner Nachfolger es seyn „werden. Eine vollständige Widerlegung seiner Darstellung „dieser Lehre befindet sich in den Heidelberger Jahrbüchern der „Literatur vom Jahr 1818, Nr. 54." △

Ich war also auch hier außer Stand gesetzt, um einzusehen, worin denn eigentlich Dasjenige bestehen möge, was den Recensenten nicht befriedigt hat. In der Geometrie will man überzeugt seyn, warum Etwas so und nicht anders seyn kann. Darum hätte ich auch gern gesehen, wenn Recensent mir das Mangelhafte, wenn auch nicht vollständig gezeigt, doch wenigstens nur angedeutet hätte. Daß die Heidelberger Jahrbücher der Literatur eine vollständige Widerlegung meiner Theorie enthalten sollen, wie Recensent angibt, kann keine Andeutung seyn; denn davon glaube ich (§§. 10, 11) das Gegentheil hinlänglich bewiesen zu haben. Es bleibt mir also zu meiner Rechtfertigung nichts Anderes übrig, als den Recensenten zu bitten, den schon mehr erwähnten Artikel §. 23, Nr. 5 meiner Theorie oder der Darstellung (§§. 1, 2) gegenwärtigen Buchs eine größere Aufmerksamkeit schenken zu wollen, wobei sich dann alle Zweifel aufheben werden.

§. 16.

Später erschien in der Isis von Oken (Jena 1826. 4s Heft, Seite 368) eine Recension über meine Feldeintheilung zu Seckenheim, wovon unten (§. 43) ein kurzer Umriß gegeben wird. Am Ende dieser Recension heißt es von meiner Paralleltheorie:

„Derselbe Verf. hat auch eine Theorie der Parallellinien, „Karlsruhe bei Marx, herausgegeben, die wir nicht beurtheilen „können, was auch nicht nöthig seyn wird, da dieser Gegen„stand in unserer Zeit bereits bis zum Eckel besprochen und „bestritten worden ist. Es ist unbegreiflich, daß die Mathe„matiker wenigstens nicht darüber in's Reine kommen, ob der „Parallelismus überhaupt eines Beweises fähig ist oder nicht. „Daß es keine Quadratur des Zirkels, kein mechan. perpetuum „mobile geben könne, ist ausgemacht, so wie auch, daß sich

„nur halbe Mathematiker noch damit plagen. Läßt sich denn „über die Paralleltheorie nicht eine ähnliche Entscheidung „geben?“

Der Schluß des Recensenten kann wohl angenommen werden, aber er ist deßwegen doch nicht immer richtig. Ein Beispiel glaube ich in mir selbst anführen zu können. Denn auch ich darf mich nur für einen halben Mathematiker ausgeben, worauf es auch in der Recension hingezielt zu seyn scheint. Ich weiß es, daß ich die Geistesgaben nicht besitze, womit Andere so reichlich versehen sind, und doch ist mir, was freilich Manchem unbegreiflich vorkommen mag, ein Beweis in der Paralleltheorie aufzufinden gelungen, wobei ich bitte, mir die kühne Frage zu erlauben: Wer wohl im Stande seyn könne, diesen Beweis so zu widerlegen, wie alle bisher erschienene Beweise dieser Lehre widerlegt worden sind? Man mache z. B. an meinen drei Vordersätzen (§. 3) den Versuch und beweise gründlich, daß solche mangelhaft sind und nicht bestehen können, so muß natürlich auch alles übrige auf sie Gebaute zusammenstürzen.

Die Aeußerung des Recensenten, daß der Gegenstand in unserer Zeit bereits bis zum Ekel besprochen und bestritten worden sey, kann mir nicht gefallen, weil sie den Eifer, die Wahrheit in diesem Punkt zu erforschen, gleichsam danieder drückt, da man doch suchen soll, ihn eher zu erhöhen. Denn es ist doch unleugbar, daß die geometrischen Wissenschaften ohne Berichtigung der Paralleltheorie auf äußerst schwachen Stützen ruhen würden.

Die Aeußerung des Recensenten veranlaßte mich übrigens zu einem Aufsatze in mehreren literarischen Blättern. Es seye mir erlaubt, ihm auch hier eine Stelle einzuräumen.

Letzte Worte über meine Paralleltheorie an das mathematische Publicum.

Bei Gelegenheit einer Recension über meine Feldeintheilung zu Sekenheim bemerkt der Recensent in der Isis, Jena 1826, 4s Heft, Seite 368 über meine Theorie der Parallellinien (Karlsruhe 1820, bei Marx), „daß er sie nicht beurtheilen könne, was auch nicht nöthig seyn werde, da dieser

„Gegenstand in unserer Zeit bereits bis zum Ekel besprochen „und bestritten worden sey;“ eine Aeußerung, die über den Eifer des Forschers wohl allzuschnöde den Stab bricht. Es ist nur zu gewiß, und die Geschichte dieser Lehre liefert den triftigsten Beweis, daß die Geometrie in der Deduction ihrer übrigen Sätze so bündig, in der so folgenreichen Paralleltheorie aber eine Schwäche an sich trage, die am peinlichsten freilich nur von dem empfunden wird, welcher tief in diese Lehre eingedrungen ist. Kaum sollte man es für möglich halten, daß es einen großen Mathematiker geben könne, der sich um jeden neuen Versuch einer Lösung dieses eben so berüchtigten als leidigen Knotens nicht lebhaft interessirte. Gerne möchte ich auch meinen Herrn Recensenten für einen solchen achten, und nur darum übernehme ich hierdurch die Mühe, seine Aufmerksamkeit präciser auf das eigentliche Problem zu lenken.

Daß zwei gerade Linien mit einander parallel laufen können, hat Euklid, im 27. Satz seiner Elemente, in aller Schärfe erwiesen. Ueber diesen Satz (Parallelismus) wird auch gar nicht von den Mathematikern gestritten; sondern über Euklid's 11. Axiom und den sich darauf gründenden 29. Satz seiner Elemente: daß zwei gerade Parallellinien, von andern geraden Linien willkürlich geschnitten, gleiche Wechselwinkel geben. Diese zwei Sätze sind es, deren Beweis bisher versucht worden ist, und worüber die Mathematiker nie einig werden konnten. Daß die Quadratur des Kreises, womit Recensent dieses Problem vergleicht, nicht gefunden werden könne, ist auch meine Meinung. Wenn sie aber auch möglich wäre, so würde die Wissenschaft dadurch nicht viel gewinnen. Sehr viel dagegen gewönne sie durch die Berichtigung der Paralleltheorie, worauf fast das ganze Gebäude der Geometrie sich stützt. — Dem denkenden Kopfe, welcher gewohnt ist, die Kette mathematischer Wahrheiten mit dem Auge des Geistes zu durchschauen und durchschauen zu wollen, muß es daher doppelt anstößig seyn, an der Stelle der Paralleltheorie plötzlich deren Zusammenhang grell unterbrochen und sich auf rohe, sclavische Sinnenanschauung reducirt zu sehen, oder auf schwankende Begriffe.

Die Evidenz der Beweise ist es, wornach der Mathe-

matiker strebt und streben muß. Kein Wunder also, wenn der Aufsuchung des hier in Frage stehenden Beweises schon Millionen von Stunden geopfert worden sind. — Auch mich hat diese Forschung eine geraume Zeit des ausharrendsten Nachdenkens gekostet Endlich aber gelang es mir, das ersehnte Ziel zu erreichen, und zur vollendeten Ueberzeugung von meines Resultates Untrüglichkeit zu gelangen. Durch dessen öffentliche Mittheilung glaubte ich daher der Wissenschaft einen wesentlichen Dienst zu leisten und mir einen Anspruch auf die Dankbarkeit des mathematischen Publicums zu erwerben. Mein sehnlichster Wunsch ging deßhalb vor allen Dingen dahin, möglichst viele und gründliche Beurtheilungen meiner neuen Theorie zu erleben, indem einerseits nur durch siegreiche Widerlegung des Widerspruchs die Wahrheit in ihr volles Licht tritt, und anderseits nur auf diesem Wege die allgemeine Aufmerksamkeit auf diese Monographie eines Mannes gelenkt werden könnte, der leider so glücklich nicht ist, diese Aufmerksamkeit schon durch seinen bloßen Namen zu erregen.

Zu meinem großen Bedauern habe ich dieser Kritiken aber nur wenige und nur sehr oberflächliche (wenn gleich zum Theil günstige) erfahren. Darum bat ich, in einer kleinen Nachtragsschrift (meine nothgedrungene Erklärung wegen meiner Paralleltheorie, Karlsruhe 1825 bei Marx: ferner Leipziger Literaturzeitung von 1825. Intelligenzblatt Nr. 38, Seite 297) dringend um gründliche Beurtheilung meiner neuen Lehre, und darum wiederhole ich dieses Gesuch auf das Angelegentlichste, auch an diesem Orte, weil jene Bitte bisher unbeachtet geblieben zu seyn scheint. Schade wäre es, dieß glaube ich kühn behaupten zu dürfen, wenn meine Schrift, unbeachtet, im Strudel der Broschüren unterginge, und ehrenvoll für meine deutschen Landsleute wäre es nicht, wenn vielleicht, in der Folge des weiteren Forschens und Grübelns, irgend ein Ausländer die Entdeckung machen müßte, daß die Aufgabe ja längst schon gelöst sey. So fordere ich also die verehrten Mathematiker des Vaterlandes nochmals auf, meine Arbeit von allen Seiten beleuchten und mit jederlei besten Waffen bekämpfen zu wollen. Jedem Einwurf sehe ich mit brennendem Verlangen entgegen, und lebe der sicheren Hoffnung,

auch den scheinbarsten und neuesten, zum Vortheil der Wahrheit und der Wissenschaft widerlegen zu können. Gewiß nicht aus Dünkel oder aus Selbstgefälligkeit, sondern nur aus vollendeter Ueberzeugtheit, geht dieser wohlgemeinte Aufruf an alle Sachkenner hervor; und wenn ich gleich hierdurch für jeden unbegründeten Tadel, — aus welchem Munde er auch immer entspringen möge, — mich schlechthin unempfänglich erklären muß, so verspreche ich dagegen auch feierlich, eine mich überzeugende Widerlegung öffentlich und dankbar für eine solche anerkennen zu wollen.

Heidelberg, im August 1826.

Bürger.

Ich wollte nämlich durch obigen Aufsatz bezwecken, daß man meine Bemühungen in der Paralleltheorie doch ja nicht so oberflächlich behandeln möge, und daß man den Glauben aufgeben soll, als seyen Beweise in der Paralleltheorie aufzufinden gar nicht möglich. Dann wollte ich mich auch wegen der Aeußerungen des Recensenten einigermaßen rechtfertigen.

Ich hatte mir zwar, wie aus dem Anfang obigen Aufsatzes hervorgeht, vorgenommen gehabt, nichts mehr von meiner Beweisart in der Theorie der Parallellinien zu erwähnen; allein ich konnte mich doch nicht überwinden, das mathematische Publicum nochmals in gegenwärtigem Buche auf diesen höchst wichtigen Gegenstand der Geometrie aufmerksam zu machen.

§. 17.

Eine ungleich bessere Aufnahme fand meine Paralleltheorie in Hoffmann's Abhandlung (vermischte Aufsätze aus der Physik, Philosophie und Mathematik für Liebhaber dieser Wissenschaften. Frankfurt a. M. bei Andreä, 1826), in welcher ihr gleichsam ein Ehrenplatz eingeräumt wurde. In dieser Abhandlung, Seite 356, nannte sich auch Herr Hoffmann als Verfasser der (§. 10) erwähnten, in den Heidelberger Jahrbüchern enthaltenen, Recension meiner Paralleltheorie, wofür ich demselben meinen verbindlichsten Dank abstatte. — Etwa seit Anfangs Juni 1815, wo ich das Glück hatte, seine Critik der Paralleltheorie zu Gesicht zu bekommen, welches ich in meiner Paralleltheorie, Seite 21, erwähnt habe, lernte ich Mehreres über die Berichtigung dieses interessanten Gegen-

standes kennen, welches für mich eine wahre Fundgrube war, weil ich mir hierin Kenntnisse sammelte, und ich dadurch in den Stand gesetzt wurde, mehrere neue geometrische Sätze zu erfinden. Es sind daher auch alle Schriften dieses würdigen Gelehrten für mich höchst anziehend.

In der oben erwähnten Hoffmann'schen Abhandlung von 1826 heißt es nun Seite 365:

„Wenn oben bemerkt worden ist, der Ueberzeugungs-„Grund, aus welchem die Geometer alle zur Parallelen-Theo-„rie gehörigen Sätze für wahr hielten, sey in der Anschauung „zu suchen, so wird man wohl einräumen, daß nicht jeder „auf unmittelbare Anschauung gebauter Satz dazu hinreicht. „Denn auch in dem Gebiete des anschaulichen Erkennens gibt „es verschiedene Grade der Klarheit, welche sich stufenmäßig „bis zur evidenten Ueberzeugung erheben. Nur von Letzteren „kann hier die Rede seyn, zumal, wenn sie solche Erläute-„terungen zulassen, wodurch ihre Wahrheit unerschütterlich „hervorgeht. Dieses soll nun durch einige, aus dem großen „Vorrathe gewählte Sätze näher nachgewiesen werden."

Aus dem großen Vorrathe von Sätzen wählt nun der Verfasser nicht mehr wie 6 Systeme, die er für die gelungensten hält und die also der Wahrheit am nächsten kommen. Unter diesen 6 Systemen befindet sich nun auch meine Paralleltheorie, weil ich mit Namen genannt bin, und meine Theorie für eine wohlgeschriebene Abhandlung erklärt wird.

§. 18.

Das Obige dient abermals zum Beweis, daß meine Theorie so unbedeutend nicht seyn kann, wie sie von manchen Recensenten gehalten wird. Die Leichtfertigkeit, mit der man meine Theorie bisher behandelte, mag meistens davon herkommen, weil man mich als Geometer wenig kennt und ich gerade den schwierigsten Punkt in der Geometrie abhandelte, der von allen Mathematikern für unauflösbar gehalten wird. Darum hat man sich auch weiter keine Mühe gegeben, in das eigentliche Wesen meiner Theorie einzudringen. Vielmehr scheint es, als wolle man mir einen Verweis geben, und zwar darum, weil ich mich erkühnte, öffentlich zu erklären, daß mir ein vollständiger Beweis von der Theorie der Parallelen

gelungen sey. Denn (§. 13) in der Leipziger Literaturzeitung hält man meine Theorie zu recensiren nicht des Raumes werth, und (§. 16) in der Isis werde ich auf eine fast ähnliche Art abgefertigt. Wenn aber meine Theorie so beschaffen wäre, und sie würde nicht so vollkommen seyn, wofür ich sie stets ausgegeben habe, so wäre sie doch gewiß so mangelhaft nicht, wie sie von obigen zwei Recensenten geschildert wird. Denn sonst hätte sie Hoffmann, den das mathematische Publicum mit Recht für einen feinen und scharfsinnigen Critiker in diesem Fache hält, gewiß nicht unter die bestgelungensten Systeme gerechnet, da er aus dem großen Vorrathe von Parallelsystemen nicht mehr wie sechs vorzüglich gelungene ausgewählt, worunter sich auch meine Theorie befindet und sie also einen wahren Ehrenplatz erhalten hat.

Aber auch dem Hoffmann'schen Scharfblicke ist Manches an meiner Theorie entgangen, und gewiß nur aus dem Grunde, weil sie Aehnlichkeit mit der Kästner'schen und noch mehr mit der Herrmann'schen Paralleltheorie hat. Da nun H. das Mangelhafte an diesen beiden Beweisarten darstellte, und Er also diesen Punkt als völlig abgethan betrachtete, so war es natürlich, daß meine Beweisart von ihm auch als abgethan betrachtet wurde. Es ist aber doch ein sehr großer Unterschied zwischen obigen zwei Beweisarten und der meinigen. Man darf meine Theorie nicht in das Gebiet des anschaulichen Erkennens aufnehmen, das sich bis zur evidenten Ueberzeugung erhoben, wodurch die Wahrheit unerschütterlich hervorgehen würde. Dahin darf man sie wahrlich nicht rechnen, sondern sie verdient immer noch eine bessere Stelle. Denn so wie man eine geometrische Wahrheit nicht läugnen kann, so kann auch die Wahrheit an meiner Theorie nicht geläugnet werden, weil sie sich auf eine sehr einfache Art darstellen läßt. Da ich nun in meiner Theorie (zweiter Ausgabe, Seite 53) nochmals die Mathematiker auf die 9 Grundwahrheiten aufmerksam machte, die sich sämmtlich mit dem Auge des Geistes, also nicht mit leiblichen Augen, durchschauen lassen, auch das Beispiel mit dem Vogel ächt im Geiste durchgeführt ist und auf meine Beweisart angewendet werden kann, so mußte es mich um so mehr wundern, daß diese Stellen dem scharfsichtigen

Hoffmann, der im höchsten Grade für die Wahrheit eingenommen ist, hatte entgehen können. Denn werden diese 9 Grundwahrheiten gehörig mit einander verbunden, wie in meiner Abhandlung gezeigt wurde, so hält es nicht schwer, die Theorie der Parallelen auf eine befriedigende Art zu geben. Ich bitte daher einen so ausgezeichneten Mathematiker, den wir in Herrn Hoffmann verehren, und der schon so viel für die Wissenschaft und ihre Verbreitung durch seine nützlichen Schriften gethan hat, meine Rechtfertigungsgründe nochmals sorgfältig durchzugehen.

Beschreibung meines Siegels.

§. 19.

Da auf der Seite 2 mein Siegel angeführt ist, so möchte man es mir vielleicht als eine Eitelkeit auslegen, daß ich das 11. Euklid. Axiom auf solchem dargestellt habe. Meine Gründe, die mich dazu bewogen, werden mich hierin ohne Zweifel in den Augen meiner verehrten Leser rechtfertigen.

Die auf der Rückseite des zweiten Titelblatts befindliche Figur mit der Jahrzahl 1815 versehen, woran zwei Linien gegen einander geneigt sind, stellt meinen Siegel vor. Diese Figur weicht zwar von jener ab, welche auf der Seite 1 befindlich ist; allein jede dieser Figuren stellt doch immer das Axiom vor, wenn sie auch an Gestalt von einander etwas verschieden sind.

Viele meiner Leser, welche diese höchst einfache und unbedeutend scheinende, nur aus drei geraden Linien bestehende, Figur betrachten, werden ihre tiefe Bedeutung sich gewiß nicht vorstellen. Sie werden nicht wissen, daß sie der wichtigsten und erhabensten aller Wissenschaften zur Grundlage dient, und daß die Mathematik durch eben diese Figur eigentlich zur Wissenschaft erhoben wird. Von dieser Seite betrachtet ist und bleibt diese Figur in der Geometrie gewiß sehr merkwürdig. Allein von einer andern Seite genommen, wird die Merkwürdigkeit derselben durch das Folgende noch auf das Höchste gesteigert. Es ist nämlich bekannt, daß viele Erfindungen durch

Zufall an das Tageslicht gebracht werden, seye es nun durch Versuche bei andern Gegenständen, oder daß man bei'm Studium der Wissenschaften auf sie kömmt, oder daß andere Ursachen zum Grunde liegen u. s. w. Wenn also Dieses oder Jenes nicht vorhergegangen wäre, so würde man auch nicht auf die Erfindung, von der man anfänglich nicht das Mindeste wußte, verfallen seyn. Bei der Erfindung eines Beweises in der Theorie der Parallellinien ist es aber anders. Hier erkannte man diese Lehre allgemein für unvollständig. Man fühlte nur zu sehr den Mangel eines Beweises, aber auch die Wichtigkeit und den reichen Gewinn für die Wissenschaft, wenn der Beweis gefunden werden könnte. Daher das stete Wetteifern unzähliger Mathematiker seit den ältesten bis zu den neuesten Zeiten, diesen schwierigen Punkt in der Geometrie zu berichtigen. Die Geschichte dieses wissenschaftlichen Gegenstandes beweist es (Seite 4) hinlänglich, daß sich die berühmtesten mathematischen Köpfe aller Nationen darum bewarben.

Es wurden Millionen von Stunden dem ausharrendsten Nachdenken geopfert und unzählige Versuche veranstaltet. Doch Alles vergebens. In Schriften über die Paralleltheorie äußerte man sich, daß die Geometrie an dieser Stelle, wenn der Beweis fehle, nichts Weiteres sey, als ein vernünftiger Glaube, nicht aber, was sie seyn soll, das Ideal einer reinen Vernunftwissenschaft. Man rieth, sich bei der unauflösbaren Schwierigkeit mit einem blinden Annehmen endlich einmal zu begnügen. Dann findet man auch wieder alle Die unbegreiflich, die noch an der Beweisart der Parallelen, wie sie uns Euklid gegeben, zweifeln. Andere erklärten die Paralleltheorie für den schwächsten Punkt in der ganzen Mathematik, ferner für einen Grundpfeiler, der nur auf lockern Sand gebaut sey. Man nannte die Parallellinien nur die widerspenstigen Unterthanen, und suchte sie, so viel wie möglich, aus der Geometrie zu verbannen. Dem 11. Euklid. Axiom wollte man das Bürgerrecht in der Geometrie nicht gestatten und legte ihm sogar den verrufenen Namen, das berüchtigte Axiom, bei. Endlich, da man sah, wie schwer es hielt, die Paralleltheorie zur Vollendung zu bringen, gab man die Hoffnung dazu auf und fing an, den Glauben zu hegen, als sey es nur ein eitles Be-

mühen, diese Lücke auszufüllen, von welcher kein Beweis aufzufinden möglich sey. Man erklärte jeden solcher Versuche für ziemlich unnütz u. s. w. So vergingen ein und zwanzig Jahrhunderte. Man durfte also nach einer so langen Reihe von Jahren, nach so unzählig viel gemachten vergeblichen Versuchen, schon einigermaßen mit Recht an dem Gelingen eines Beweises in dieser Lehre zweifeln. Endlich erschien der 30ste März 1815, der glorreiche Tag, an welchem, gegen alle Erwartung, das unbändige Axiom, das tobende Ungeheuer so vieler Jahrhunderte, glücklich besiegt und somit die Ehre der Geometrie gerettet wurde. Bedenkt man nun, daß der einfache, uns sehr nahe gelegene Beweis, ohne ihn zu bemerken, aller Critik widerstehen kann, daß endlich diese wichtige Erfindung einer ganzen Nation zur Ehre gereicht, und das deutsche Vaterland auch in diesem Fache vor allen andern Nationen den Sieg davon trug, so kann man sich vorstellen, daß mir der aufgefundene Beweis, wodurch die tiefversteckte Wahrheit an das Tageslicht gebracht wurde, eine große Freude verursachen mußte. In dieser Freude gerieth ich nun auf den Gedanken, das 11te Euklid. Axiom auf meinen Siegel zu übertragen. Man wird mich daher gewiß nicht tadeln, daß ich dieses gethan habe, und jedermann, der in meiner Lage gewesen wäre, würde vielleicht eben so verfahren seyn.

Bitte an die Herren Redakteurs öffentlicher Blätter.

§. 20.

Aus der bisherigen Beschreibung des 11. Euklid. Axioms, besonders aus den Auszügen, die Seite 4 ihren Anfang nehmen und sich Seite 12 endigen, geht hinlänglich hervor, wie sehnlich man bisher wünschte, diese große Lücke in der Geometrie ausgefüllt zu sehen. Es wird daher gewiß meinen deutschen Landsleuten, seyen sie Mathematiker oder nicht, dennoch erfreulich seyn, daß der interessante und für die Wissenschaft höchst wichtige Gegenstand der Paralleltheorie in keinem an-

deren Lande von Europa, als nur im deutschen Vaterlande, zur Vollkommenheit gebracht wurde. Da nun diese deutsche Erfindung durch einen glücklichen Zufall veranlaßt wurde, bei Beleuchtung einer Stadt im Transparent zu erscheinen, so wird dieser fremdartige Gegenstand, dem Vermuthen nach, manchen Leser interessiren, weil sich's wird noch nirgends zugetragen haben, daß man bei einer reichen, überaus prachtvollen, Beleuchtung einer Stadt auch eine einfache und unbedeutend scheinende geometrische Figur erblickte. Dieser fremdartige Gegenstand wird aber für Sachkenner noch mehr an Interesse gewinnen, weil er im mathematischen Gebiete zu einer noch weit wichtigeren Erfindung, als die Paralleltheorie gewesen ist, die Veranlassung gab, wovon unten (§. 24) noch Erwähnung geschehen wird.

Es wäre daher zu wünschen, daß diese seltene deutsche Erfindung zur allgemeinen Kenntniß des Vaterlandes gebracht werden würde. Dazu wäre etwa dieses das beste und leichteste Mittel, nämlich: wenn die Herren Redakteurs die Beschreibung von der transparenten Darstellung einer geometrischen Zauberfigur, die vornen Seite 1 anfängt und sich Seite 3 endigt, in jene Blätter aufnehmen würden, welche bestimmt sind, die Wissenschaft zu fördern. Auch könnte die Beschreibung von der oben gedachten transparenten Darstellung wegen des seltenen Vorgangs in Unterhaltungs- und andern Blättern eine ähnliche Aufnahme finden, wie dieses z. B. schon früher der Fall im Mannheimer Tagblatt vom 26. November 1831 war, da der Herr Karl Hermsdorf in Mannheim, Redakteur dieser Tagblätter, die Güte hatte, diese transparente Darstellung, wie sie vornen enthalten ist, aufzunehmen, wofür ich demselben meinen verbindlichsten Dank abstatte.

Nachträgliche Bemerkungen, die bisher vorgetragene Paralleltheorie betreffend.

§. 21.

Bei schwierig abzuhandelnden Gegenständen scheinen oftmals die Verfasser, hinsichtlich ihrer Aeußerungen, sehr übel

daran zu seyn. Suchen sie sich zu rechtfertigen und vertheidigen sie ihren Gegenstand, den sie, oft nothgedrungen, recht herausheben müssen, so hat es den Schein, als wollten sie sich selbst loben, welches man doch gern an sich zu vermeiden sucht. Will man sich nicht auf solche Art rechtfertigen, und will man den Schein des Selbstlobes vermeiden, so kann der abgehandelte Gegenstand, von dessen Untrüglichkeit man überzeugt ist, doch oftmals in den Augen des Publicums noch zweifelhaft scheinen, ob er richtig ist oder nicht. Es kann also den Verfassern immer anstößig vorkommen, sie mögen es machen wie sie wollen. In dieser Lage befinde ich mich nun auch, denn ich spreche sehr ungern von meinen eigenen Arbeiten. Und doch mußte dieses bei meiner Paralleltheorie aus dem Grunde geschehen, weil man Mangelhaftes, in Hinsicht der Grundlagen an meiner Darstellungsart, gefunden haben will, was doch durchaus unmöglich ist. Wenn man also meine Handlungsweise für Lob halten will, so urtheilt man nach meiner Ansicht nicht richtig. Ich will weiter nichts thun, als bloß mich vertheidigen, welches erlaubt ist, zumal da ich glaube, daß ich nach den Recensionen (§§. 13, 16) besonders Ursache dazu habe. Ich will der Welt zeigen, daß meine Beweisart in der Paralleltheorie **rein** ist und nicht widerlegt werden kann. Würde ich dieses unterlassen, und unter dem Scheine der Bescheidenheit meine (§. 3) angeführten drei Grundlagen, nebst ihrer Verbindung unter einander, noch einer Prüfung unterwerfen, so müßte ich in den Augen des denkenden und sachkundigen Mannes in einem sehr kleinlichen Lichte erscheinen, weil uns die Vernunft sagt, daß diese drei Grundlagen nicht nur sehr einfach sind und die **reine Wahrheit** enthalten, sondern daß man sie auch in Ansehung der Einfachheit und der Evidenz den geometrischen Grundsätzen gleichstellen kann.

Wenn ich so glücklich wäre, bei'm mathematischen Publicum bloß durch meinen Namen schon bekannt zu seyn, dann wären freilich alle diese Wege, die ich bisher habe leider einschlagen müssen, um meine Theorie in Aufnahme zu bringen, unnöthig gewesen, und sie wäre auch schon längstens in Aufnahme gekommen. So aber mußte ich mit Kosten- und Zeitaufwand alle mögliche Mittel ergreifen, um immer widerum

meine Theorie dem Publicum in Erinnerung zu bringen. Es ist doch gewiß ein höchst seltener Fall, daß eine wichtige Erfindung, nach der man schon mehrere Jahrhunderte strebte, sie zu Tage zu fördern, die endlich im Jahr 1815 gemacht wurde, bis jetzt gleichsam noch wie todt darniederliegt, weil man jetzt immer noch der Meinung ist, daß es nicht möglich sey, diese Erfindung zu machen. Da ich nun innigst überzeugt bin, daß diese Erfindung wirklich geschah, daß es keine Schwierigkeiten mehr in der Paralleltheorie geben könne, und diese Schwierigkeiten gänzlich verschwunden sind, daß ferner die schärfste Critik keine Waffen besitzt, um meine Beweisart zu widerlegen, so glaube ich auch nicht, daß man die Art und Weise, wie ich bei der Bekanntmachung meiner Theorie bisher verfahren bin, tadeln, und sie so ansehen werde, als hätte ich mich dadurch nur loben wollen. Im Gegentheil, glaube ich, es wird den Mathematikern im Grunde freuen, daß ich diesen Gegenstand schon so oft zur Sprache gebracht, so muthvoll bekämpft, ihn gegen alle Angriffe, welches bekanntlich bei Paraltheorien nichts Geringes ist, zu sichern gesucht habe, und es am Ende gar noch wagte, die Figur davon, bei Beleuchtung einer Stadt, wegen Anwesenheit der Durchlauchtigsten Regentenfamilie, in transparenter Darstellung zu zeigen, welches gewiß etwas Seltenes ist, das sich noch nirgends wird zugetragen haben.

Es ist bekannt, daß die Critik der Paralleltheorie sich alle nur mögliche Mittel erlaubt, um die feinverborgensten Trugschlüsse der Verfasser an das Tageslicht zu fördern; warum soll es nicht auch erlaubt seyn, die feinverborgensten Wahrheiten an das Tageslicht zu stellen, wobei die strengste Critik hinlänglich befriedigt wird und zwar, an meiner Theorie, aus dem einfach klaren Grunde, weil diese Critik die überall vorkommenden, noch so kleine, Zeiträume zur gehörigen Verlängerung der mo und mb (Figur 1) eben so das Hinaufbewegen des Winkels omf, in welchen Punkt der me dieses auch geschehen mag, durchaus nicht läugnen kann.

Es ist wahr, und die Geschichte beurkundet es hinlänglich, daß es äußerst schwer ist, Beweise in der Paralleltheorie aufzufinden. Allein damit ist noch nicht ausgemacht, daß keine

Beweise davon möglich seyn sollten. Nur versteckt können sie liegen, und zwar sehr versteckt, wozu eine eiserne Geduld gehört, um dabei auszuharren, sie bis in ihre verborgensten Schlupfwinkel zu verfolgen. Hat man nun das Glück, dahin zu gelangen, dann fällt es nicht schwer, das Ungeheuer, welches unter dem Namen eilftes Axiom bekannt ist, und sich bisher so sehr sträubte, mit einem Schlage zu erlegen. Ich darf dies wohl bei meiner aufgefundenen Beweisart anwenden. Wer hätte sich's vorgestellt, daß an meiner Theorie die größte Stärke darin besteht, daß man die unbedeutend scheinenden, überall vorkommenden, Zeiträume, die sich bei'm Hinaufbewegen des Winkels nothwendig ergeben, zur gehörigen Verlängerung beider Linien benutzen kann. Gewiß waren diese Hülfsmittel sehr verborgen gelegen, weil die Mathematiker, denen ich sie schon seit mehreren Jahren mehrmals in Erinnerung brachte*), solche dennoch nicht bemerkt hatten. Kann ich also nicht mit Recht sagen, daß nun die Schwierigkeiten in der Theorie der Parallelen verschwunden sind, weil (Figur 1) der willkürlichen Bewegung des Winkels omf an der me hin, unter dem beständigen Schnitt der gleich groß verlängerten mo und mb keine Grenzen gesetzt sind, und also dieser Winkel in jedem Punkt der me, folglich auch in n ankommen kann?

Alle Recensionen meiner Paralleltheorie beweisen es hinlänglich, daß man meine Darstellungsart aufgefaßt hatte, aber nur darum für mangelhaft erklärte, weil man sie nicht aufmerksam genug behandelte und nie in den Geist derselben eingedrun-

---

*) Man siehe

1) Die Vorrede Seite XI der ersten Ausgabe meiner Paralleltheorie.
2) Die Erläuterungen §. 28 in der zweiten Ausgabe derselben.
3) Die Großherzoglich Badische Staatszeitung vom 19. Oct. 1816.
4) Den Anhang meiner (§. 33) erwähnten Multiplikationstafeln.
5) Das Intelligenzblatt der Jenaischen allgemeinen Literaturzeitung Nr. 81 vom December 1820.
6) Das Intelligenzblatt der Leipziger Literaturzeitung Nr. 136 (*) vom Juni 1820.
7) Das Intelligenzblatt derselben Zeitung Nr. 38 vom Febr. 1825, wo ich mich überall auf den §. 23, Nr. 5 meiner Paralleltheorie bezogen habe, und wobei der festverschlungene Knoten gelöst ist.

gen ist. Denn obgleich diese Recensionen von Meistern im mathematischen Fache gefertigt wurden, so ließ man sich doch durch die Construction dieser Figur täuschen, indem man dafür hielt, daß sie sich theilweis auf die Erfahrung gründe. An meinem Vortrage hat es also nicht gefehlt; denn ich suchte das Ganze so klar darzustellen, als es mir nur möglich war, und deutete immer auf jene Stelle hin, die zum Ziele führen muß. Allein niemals hat man darauf geachtet, welches um so merkwürdiger ist, da man doch einmal jene Stelle hätte genauer untersuchen sollen.

Meine Absicht ist nur, der Wissenschaft und meinen Mitmenschen durch meine geringen Kräfte zu nützen. Hätte ich bisher geschwiegen, und würde ich meine Beweisart nicht gegen so viele Angriffe zu sichern gesucht haben, so könnte die Erfindung dieser Theorie leicht wiederum in Vergessenheit gerathen, und in späteren Zeiten wären, zur Auffindung desselben Beweises, oder eines anderen in dieser Lehre, vielleicht wiederum Millionen von Stunden geopfert worden, die bisher von so vielen Mathematikern gewiß dazu verwendet wurden, wofür man doch jetzt etwas anderes Nützliches thun kann.

Es ist zwar ein großes Wagniß, mit einer als vollendet ausgegebenen Paralleltheorie vor dem scharfrichtenden Publicum zu erscheinen; allein mit so guten Waffen versehen, wie sie (§. 3) vorkamen, darf man es schon wagen, und sich muthvoll in die Schranken begeben. Ich bin innigst überzeugt und die Zukunft wird es auch noch lehren, daß an meiner Beweisart sich gerade der entgegengesetzte Fall ereignen wird, nämlich: so wie bisher die vielen gemachten Versuche, die schwierige Lehre der Parallellinien zu berichtigen, mißlungen sind, eben so viele Versuche würden an meiner Beweisart dieser Lehre scheitern, wenn man sie mit Gegengründen widerlegen wollte. Denn so sehr man gegen das Sinnliche bei Paralleltheorien mit Recht eifert, so sehr hat man sich an meiner Darstellungsart getäuscht, weil man der Meinung war, sie gründe sich auch auf etwas Sinnliches, oder sonst auf schwankende Begriffe, indem man an derselben die fein verborgenen Zeiträume nicht bemerkt hatte, die sich bei'm Hinaufbewegen des Winkels ergeben,

und die sich so leicht zur Verlängerung beider Linien mo und mb anwenden lassen, wodurch also der Winkel in seinem Laufe gegen e hin nirgends aufgehalten werden kann. Denn eben diese Zeiträume sind mit der Bewegung innigst verbunden, weil keine Bewegung, ohne eine Zeit vorüber zu gehen, denkbar ist.

Daß wegen Berichtigung der Paralleltheorie schon Preisfragen aufgegeben wurden, ist aus Folgendem zu ersehen. In der Jenaer allgemeinen Literaturzeitung von 1823, Nr. 16, Seite 125 wird erwähnt, daß die Utrechter Universität im Jahr 1818 eine Preisfrage, die Berichtigung der Paralleltheorie betreffend, aufgegeben habe, welche den Herrn Professor Hauff, durch gründliche Gelehrsamkeit und mathematischen Scharfsinn rühmlichst bekannt, veranlaßt hat, im Jahr 1819 dem niederländisch-mathematischen Publikum einen dreifachen Versuch einer neuen Paralleltheorie vorzulegen, „durch deren jeden" — so heißt es nun wörtlich — „unabhängig von dem „andern, das 11te Axiom bewiesen werden sollte. Die Schrift „fand in dem Hrn. Prof. Rich. van Roes, in Utrecht, „einen hartnäckigen Gegner, und da beide Kämpfer nicht nach„geben wollten, so provocirten sie zur Schlichtung des Streites „auf einen, von beiden Seiten für competent gehaltenen Rich„ter. Sie wählten Legendre. Freilich schien diese Wahl „auf den rechten Mann gefallen zu seyn. Er richtete, und „schlug sich auf die Seite des Kämpfers in Utrecht, ohne sich „jedoch auf eine Begründung seines Urtheils, durch Nachwei„sung der einzelnen Fehler, der Systeme von dem rüstigen „Fechter in Gent einzulassen. Da in dem Reiche der Wissen„schaft kein Machtspruch einen Streit zu Ende bringen kann, „und Hr. Hauff nur dem den Sieg zuerkennt, der ihn mit „den rechten Waffen schlägt; so appellirt er an ein anderes, „höheres Gericht, das ganze mathematische Publicum, legt „demselben in dieser neuen Auflage seine Theorieen mit Bei„fügung der Verhandlungen der streitenden Parteyen vor, und „erwartet von ihm den Spruch."

Wenn wegen Berichtigung der Paralleltheorie noch eine Preisgabe aufgegeben werden sollte, so glaube ich dieses für unnöthig zu erklären, da mir schon vor 17 Jahren die Auflösung dieses schwierigen Problems vollkommen gelungen ist.

Es ist oben erwähnter Streit abermals ein Beweis, wie mangelhaft die Geometrie an der Stelle der Parallellinien ist. Wie könnte sonst unter den Mathematikern eine solche Disharmonie herrschen? Da es nun in gegenwärtiger Abhandlung gezeigt wurde, wie schwer es hält, meine Beweisart widerlegen zu wollen, und sie also bisher noch nicht gehörig ist beurtheilt worden, dieser Gegenstand aber für die Wissenschaft höchst wichtig ist, so wende ich mich gleichfalls an das ganze mathematische Publicum als Schiedsrichter meiner Paralleltheorie. Wenn nun ein erhabener Fürst, oder irgend ein verehrliches mathematisches Institut einen Preis für diejenige Schrift bestimmen würde, in welcher meine Theorie am gründlichsten beurtheilt wäre, so würde dies, im Fall man an der Evidenz meiner Beweisart noch zweifeln sollte, das kräftigste Mittel seyn, sich zu überzeugen, ob das Ziel in der Paralleltheorie erreicht sey oder nicht. Würde nun eine solche Preisschrift erscheinen, so wäre man gewiß sehr gespannt darauf, was in derselben für oder gegen meine Theorie ausgesprochen wäre. Ein solcher gutgemeinter Vorschlag dürfte darum Eingang finden, weil in einer Reihe von ein und zwanzig Jahrhunderten hindurch schon unzähliche Versuche von Mathematikern aller Nationen gemacht wurden, um die Schwierigkeiten in der Paralleltheorie zu beseitigen *), und so die mathematischen Wissenschaften fester zu begründen, deren Glanz durch diese Gebrechen nur verdunkelt wäre.

---

*) In den mir erst kürzlich zu Gesicht gekommenen neuesten Jahrbüchern des k. k. polytechnischen Institutes in Wien (in Verbindung mit den Professoren des Institutes, herausgegeben von dem Direktor Joh. Jos. Prechtl. 17r Band mit 2 Kupfertafeln, Wien 1832) befindet sich ein Beitrag zur Parallelentheorie von Christian Doppler, worin es Seite 167 im Anfang heißt:
„Kaum darf sich irgend ein anderes Theorem der Elementar-„Mathematik, der Pythagoräische Lehrsatz selbst nicht ausgenom-„men, von Euklid's Zeit bis auf unsere Tage einer öfteren Wür-„digung, einer strengeren Untersuchung rühmen, als die Theorie „der Parallellinien. Es hat vielleicht noch nie einen Mathema-„tiker gegeben, welcher sich nicht wenigstens im Geiste damit be-„schäftigt hätte, und selbst die größten Männer, wie Bezout,

Dritter Abschnitt.

Von geometrischen Gegenständen verschiedener Art.

§. 22.

Wenn ich mich in etwas besseren Umständen befände, so würde ich, was mir schon längst am Herzen liegt, ein Buch schreiben, worin mehrere nützliche Gegenstände der Geometrie abgehandelt wären. Gegenstände, die meistens neu und bis jetzt noch ganz unerwiesen sind, und deren Auflösung man vielleicht für unmöglich hält. Allein meine Hände sind mir gebunden. Ich kann wegen beständiger Nahrungssorgen, die mir keine Ruhe lassen, ein solches nützliches Werk nicht ausarbeiten. Was mich aber in diese Lage versetzt hat, werde ich im vierten Abschnitt in Kürze anführen, wobei ich zugleich etwas aus meiner Lebensgeschichte und von meinem früheren

---

« Lacroix, Legendre, Bernhard, Metternich, Haug « u. s. w. hielten es nicht unter ihrer Würde, sich mit der Be« gründung einer, auf eigenen Füßen stehenden, Parallelen« Theorie zu befassen. Und in der That darf man sich auch nicht « wundern, wenn man bedenkt, daß eben auf dieser Theorie die « ganze Aehnlichkeit der Figuren und Körper und somit der bei « weitem wichtigste Theil der synthetischen Geometrie beruhet. »

« Eine Theorie aber, auf welcher beinahe die ganze Geo« metrie fußet, kann zur Führung ihrer Beweise nur eine sehr be« schränkte Anzahl geometrischer Wahrheiten voraussetzen, wenn « sie anders in ein System passen und dem Fassungsvermögen der « Anfänger entsprechen soll. Darum eben können die Versuche « oben gedachter Männer, auch wenn ihnen ihr Vornehmen ganz « gelungen wäre, in Elementarwerken keinen Platz finden, und « dies mag vielleicht auch der Grund seyn, warum alle Bemü« hungen, eine solche aufzufinden, bis jetzt fruchtlos waren. »

Studium der Geometrie anführen werde, weil ich nicht das Glück hatte, für die theoretische Geometrie einen Lehrer zu besitzen, und ich solche selbst habe erlernen müssen.

Das zu fertigende Buch, welches sowohl für den Theoretiker wie für den Praktiker geeignet wäre, würde nun Folgendes enthalten.

Von theoretischen Gegenständen der Geometrie.

Theorie der geraden Linie.

§. 23.

Die gerade Linie war schon öfters der Gegenstand des Nachdenkens bewährter Mathematiker gewesen. Sie läßt sich von der krummen Linie nur mittelst der unwiderstehlichen Anschauungskraft unterscheiden.

Die gewöhnlichste Erklärung der geraden Linie wird wohl seyn: Eine gerade Linie ist jene, deren Punkte alle in der nämlichen Richtung liegen. Fragt man aber, was ist denn Richtung, oder was wird wohl unter diesem Wort verstanden, so wird man nichts Befriedigendes darauf antworten können, und es wird die Erklärung der geraden Linie auf diese Art immer unklar bleiben.

Wie sehr man nun eine bessere Erklärung der geraden Linie zu geben wünscht, wie sehr aber auch dabei die Hoffnung zu verschwinden scheint, mögen folgende Auszüge bestätigen.

Kästner sagt in seinem Lehrbuch Seite 181. „Die gerade Linie wird niemand aus irgend einer Erklärung kennen „lernen, und niemand hat es auch nöthig. Aber man kann „wohl Etwas von ihr sagen, das die Aufmersamkeit leitet, „auf das, was sie zu einer geraden Linie macht, genauer „Acht zu geben. Wenn man (Figur 8) in A einen Punkt, „einen Körper, auf dessen Größe man nicht sieht, setzet: so „kann sich derselbe von seinem Orte nach unzähligen Gegenden „bewegen. Sagt man, er soll nach B zu gehen, so ist die „Gegend bestimmt, nach der er gehen soll, und er könnte nach „eben der Gegend, noch über B hinaus, nach F gehen. Ginge

„er von A nach C, so ginge er nach der Gegend, die der ersten „entgegengesetzt ist, und sein Weg AC wäre in Absicht auf „AB verneinend.“

Hoffmann sagt in seiner Critik der Paralleltheorie Seite 12. „Die Erklärung der geraden Linie soll diesen „Beweis liefern. Allein, wie kann man dies, da man weder „die Natur der geraden Linie hinlänglich kennt, noch eine Er„klärung im strengen Sinne des Wortes von ihr anzugeben „vermag.?“

Hieraus ist nun zu ersehen, wie höchst wichtig es für die Wissenschaft wäre, wenn man eine andere Erklärung von der geraden Linie geben könnte, die so beschaffen wäre, daß sie von aller sinnlichen Anschauung entfernt seye, und daß sie sich ganz zu den reinen einfachen Begriffen schicken würde. Da mir nun, als ich meinen Beweis in der Paralleltheorie schon gefunden hatte, in geometrischen Büchern sehr oft zu Gesicht kam, daß man über die Erklärung der geraden Linie darum das Mißfallen bezeige, weil sie nur zu sehr von der Erfahrung abhänge, da erwachte in mir der Gedanke, über eine andere Erklärung der geraden Linie einige Versuche anzustellen. Ich zweifelte freilich anfangs sehr stark an dem Gelingen. Ich dachte: was können wohl hier für Hülfsmittel zu Gebote stehen, da man all Dasjenige, was in der Geometrie vorkömmt, vom Punkte ableiten kann. Denn denkt man sich einen Punkt beweglich, welches erlaubt ist, so beschreibt er eine Linie. Die fortbewegte Linie beschreibt eine Fläche u. s. w. Wenn man also nichts vor sich hat, als einen Punkt oder eine Linie, so hat man freilich noch sehr wenig, um einen mathematischen Beweis zu führen, daß zwischen der geraden und krummen Linie ein Unterschied sey.

Diese wenige Hülfsmittel haben mich aber nicht abhalten können, über den Gegenstand ernstlich nachzudenken. In der Folge wurde ich dafür belohnt; denn zu meiner großen Freude fand ich wirklich einen strengen und einfachen mathematischen Beweis von der geraden Linie, von dem im Leipziger allgemeinen Repertorium der neuesten in- und ausländischen Literatur für 1821 (3r Band, 5s Stück, Seite 394) vorläufig schon eine Ankündigung gemacht wurde. In der Folge habe

ich den Beweis verbessert, so daß er nun ganz rein gegeben werden kann.

Die Hauptstärke besteht eigentlich darin, daß der Begriff der Richtung fester und bestimmter gegeben werden kann, wobei alle mögliche Unrichtigkeit gänzlich verschwindet. Ist nun einmal dieser Begriff fest begründet, dann läßt sich die Natur der geraden Linie leicht erweisen. Mithin wäre das mathematische Gebäude, in Ansehung seiner Grundlagen, ganz gesichert.

Alle übrige Sätze, die man wegen ihrer Klarheit bisher ohne Beweis für wahr angenommen hat, lassen sich nun gleichfalls in aller Schärfe darthun, nämlich:

Von einem Punkt zum andern ist nur eine gerade Linie möglich.

Zwei gerade Linien schließen keinen Raum ein.

Auch geben zwei gerade sich schneidende Linien den Grund zu einer ebenen Fläche.

Vollständige Theorie der Ebene. Eine neue und merkwürdige Erscheinung im Gebiete der Mathematik.

§. 24.

Es scheint nur zu gewiß, daß die ebene Fläche seit den ältesten Zeiten bis auf den heutigen Tag größtentheils für eine ausgemachte Wahrheit ist gehalten worden. Euklid (nach Lorenz) sagt in den Definitionen der Elemente seines ersten Buches: „Eine ebne Fläche (Ebne) ist, welche „den auf ihr befindlichen geraden Linien gleichförmig liegt.„

Kästner sagt Seite 183 in seinen Erklärungen: „Eine „ebene Fläche oder Ebene (planum) heißt, in der man „von jedem Punkte zum andern gerade Linien ziehen kann, „so daß alle Punkte dieser Linien in der Fläche liegen. Eine „krumme Fläche diejenige, auf der man keinen Theil, der „eben wäre, angeben kann.“

Am Ende seiner Erklärungen heißt es: „Mit allen diesen „Erklärungen wollen die Geometer nicht sagen, daß solche

„Dinge vorhanden oder möglich sind. Sie bestimmen nur die „Bedeutungen ihrer Wörter. Die Folge muß zeigen, ob diese „Wörter Zeichen von Begriffen oder leere Töne sind."

Man sollte also glauben, daß in der Folge noch die Möglichkeit der Ebene gezeigt werden würde, besonders da Kästner in dem zweiten Theil seiner Geometrie, Seite 347 u. s. w., Mehreres von der Ebene anführt. Allein es ist nirgends geschehen. Da nun in allen übrigen mathematischen Lehrbüchern die Construction der Ebene nicht abgehandelt wird, so scheint es allerdings, daß man entweder den Begriff davon für so klar hält, als wäre er einem Grundsatze gleichzustellen, oder daß man der Meinung ist, es ließe sich kein Beweis von der Ebene geben. Wenn man aber diesen Gegenstand ernstlich erwägt, so findet man, daß die Ebene nicht gerade schon für eine ausgemachte Wahrheit gehalten werden darf, sondern daß man beweisen müsse, ob die Möglichkeit der Ebene auch wirklich vorhanden sey oder nicht.

Grashof sagt in der Einladungsschrift zu der öffentlichen Prüfung des königlichen Karmeliter-Gymnasiums am 20. und 21. September 1826 (Köln, bei M. Dümont-Schauberg) über die ersten Begriffe der Geometrie, zunächst mit Bezug auf Parallelentheorien, Seite 4 von der Ebene Folgendes:

„Auch würde auf diesem Wege eine eigentliche Definition „der ebenen Fläche gewonnen, an welcher es der Geometrie „noch eben so mangelt, als an der der geraden Linie. Die „Möglichkeit der Ebene an sich, die Nothwendigkeit derselben „durch jede zwei Punkte, und die Einheit ihrer Lage durch „jede drei gegebene Punkte beruhet in unserm System der „Geometrie auf bloßen Forderungen; an einer Bestimmung „der Lage ihrer Punkte, in Beziehung nach Außen hin, oder „auf den von ihr begrenzten Punkt fehlt es ganz."

Wie wichtig daher dieser Gegenstand für die Wissenschaft ist, ergibt sich daraus, weil die ganze ebene Geometrie, wie sie bis jetzt besteht, keinen Grund und Boden hat, und also unser Wissen in diesem Fache, streng genommen, von Sceptikern angegriffen werden kann. Was würde uns daher eine vollendete Paralleltheorie und alle Sätze vor und nach ihr

nützen, wenn die Hauptgrundlage, die Ebene, nicht bewiesen wäre.

Es läßt sich aber ein sehr evidenter geometrischer Beweis von der ebenen Fläche geben, wozu meine transparente Darstellung der geometrischen Figur die Veranlassung war. Als ich nämlich von dieser Figur im hiesigen Wochenblatte vom 12. Juli 1830 eine Erklärung gab, so hatte mich Herr Kameralpraktikant Heinrich Erb, dermalen in Weinheim, ersucht, ihm meine Beweisart über diesen Gegenstand mitzutheilen.

Da ich fand, daß dieser junge Mann nur für die Wahrheit eingenommen war, und er die Wissenschaft nicht oberflächlich behandelt, sondern ihren Grund zu erforschen sucht, so war es mir angenehm, sich bei ernsthaften Gegenständen mit ihm zu unterhalten. Ich war dabei so glücklich, bald darauf von ihm zu vernehmen, daß er über den Punkt, die Beseitigung der Schwierigkeit in der Paralleltheorie betreffend, nun ganz befriedigt seye *) und meinen Ansichten vollkommen

*) Diese Befriedigung brachte mich nachher auf den Gedanken, Unterricht in der Paralleltheorie zu ertheilen und denselben etwas mehr zu erweitern und hiermit vollständiger vorzutragen. Daß aber auch dieser Unterricht nützlich ist, geht daraus hervor, weil bekanntlich die Geometrie, ohne Berichtigung der Paralleltheorie, äußerst lückenhaft wäre, welches doch bei einer Wissenschaft, die eine so hohe Stufe von Vollkommenheit erreicht hat, und zu allen Zeiten Verehrer fand, nicht seyn darf. Ich glaube daher, daß ein Unterricht in dieser Materie jedem Freund und Liebhaber der Geometrie, so wie den schon etwas vorgerückten Anfängern dieser Wissenschaft angenehm und nützlich seyn wird. Meine Verfahrungsart ist demnach folgende. Zuerst wird die Theorie der Parallelen nach Euklid. Art vorgetragen, dann das Unhaltbare derselben gezeigt. Darauf folgen mehrere bisher gewählte Vordersätze, die als Grundlage in der Paralleltheorie dienen sollten, die aber auch, eben wegen ihrer Unhaltbarkeit, welche ausführlich gezeigt wird, nicht angenommen werden können. Finden sich nun die Zuhörer von der Unzulänglichkeit der bisher gewählten Grundlagen innigst überzeugt, so daß ihnen das Mangelhafte derselben klar vor Augen liegt, dann erst werden meine (§. 3) angeführten Grundlagen, nebst ihrer Verbindung unter einander, vorgetragen, wobei sie nun schon in den Stand gesetzt sind, den großen Unterschied zwischen

beistimme, indem ihm die Wahrheit davon nicht dem mindesten Zweifel unterworfen schiene. Besonders gefiel ihm Hoffmann's Parallelencritik, die ich ihm zum Lesen gab. Er sagte mir, daß ihm dieses vortreffliche Buch über Vieles Aufschluß gegeben hätte.

Unter mehreren Gesprächen dieser Art äußerte er sich einmal, daß er nicht begreifen könne, wie so viele Mathematiker sich mit dem Aufsuchen eines Beweises in der Paralleltheorie haben beschäftigen können, ohne daß einer auf den Gedanken gefallen wäre, die Möglichkeit der Ebene darzuthun, indem die Definition derselben eine Forderung enthalte, deren mögliche Erfüllung nicht am Tage liege, und es wundere ihn um so mehr, da man mit außerordentlicher geometrischer Schärfe bei der Paralleltheorie zu Werke gegangen sey, daß man nicht wenigstens Versuche gemacht habe, eine Theorie der Ebene aufzustellen.

---

den Grundlagen anderer und jenen, den meinigen, zu erblicken. Endlich folgt meine Beweisart und alles Dasjenige, was bisher dagegen ist eingewendet worden, worauf sie meistens sehr gespannt sind. Auf solche Art, wozu nicht viel Zeit erforderlich ist, bin ich immer verfahren und habe stets gleiche Befriedigung bei meinen Zuhörern wahrgenommen.

Diese Art Unterricht ist darum gut, wenn sich z. B. Zweifel über manches Vorgetragene erheben sollten — denn ich fordere dabei Jeden auf, mich alle mögliche Zweifel wissen zu lassen — so konnten sie gleich beseitigt werden. Daher ist bei der Beweisart in der Paralleltheorie oftmals ein mündlicher Vortrag weit eher geeignet, den Gegenstand in ein klareres Licht zu stellen, wie eine schriftliche Abhandlung hierüber, wovon ich mich von einem wie vom andern hinlänglich habe überzeugen können.

Unter Mehreren, denen ich diese schwierige Lehre erklärt habe, befand sich auch ein Enkel von dem nun verstorbnen Renovator Schwarz, meinem unvergeßlichen Lehrer der praktischen Geometrie. Es war Herr Heinrich Max. Schaffrath aus Niederkrüchten bei Roermonde, dessen Mutter eine geborne Schwarz ist. Er hielt sich hier wegen seiner Studien auf, und bekam den ersten Unterricht in der Geometrie bei mir. Ich entdeckte an ihm, wie an oben genanntem Erb, gleichfalls ein vorzügliches geometrisches Talent; denn in der kurzen Zeit, so er bei mir war, erfand er selbst mehrere Beweise von geometrischen Sätzen, wovon vielleicht bei einer andern Gelegenheit mehr wird erwähnt werden.

Ich mußte seinen Aeußerungen, in Betreff der Unhaltbarkeit der Ebene, beistimmen, denn ich überzeugte mich bald darauf, daß die Mathematiker diesen Gegenstand für völlig wahr annehmen, ohne einen Beweis davon zu geben. Wenn es z. B. heißt, die ebene Fläche ist jene, auf der man eine gerade Linie nach Willkür zieht, von welcher alle Punkte mit der Fläche zusammenfallen, so sollte doch auch das Zusammenfallen der geraden Linie mit der Fläche bewiesen seyn, welches man nirgends findet. So lange daher der Beweis davon fehlt, so lange bleibt auch die Möglichkeit der Ebene ungewiß. Man sieht also, wie höchst nothwendig ein Beweis davon wäre, sonst errichtet man ein Gebäude ohne Fundament, welches von keiner Dauer ist. Da ich nun durch den wackern Erb auf diese Blöße aufmerksam gemacht wurde, so bemühte ich mich von dieser Zeit an, diesem wichtigen Gegenstande der Geometrie ernsthaftes Nachdenken zu widmen. Ich mußte also neue, von der Ebene ganz unabhängige und doch haltbare Sätze erfinden.

Eine Fläche konnte mittelst Bewegung einer geraden Linie leicht construirt werden, und unzählig viele gerade Linien auf dieser Fläche gezogen, mußten sich durchaus mit derselben vereinigen, allein, daß alle willkürlich gezogene gerade Linien mit der Fläche zusammenfallen müssen, dies war noch nicht dargethan. Unterdessen hat sich auch Erb mit dem Aufsuchen eines Beweises für die Ebene beschäftigt, und war hierin glücklicher wie ich. Ich benutzte nun seinen haltbaren Satz, und so hat jeder von uns beiden eine eigene Theorie der Ebene aufgestellt, die in Ansehung der Construction sehr von einander verschieden sind, aber am Ende doch gleiche Resultate liefern, nämlich: daß die Möglichkeit der Ebene reingeometrisch bewiesen werden kann.

Für die Mathematiker wird diese Erfindung darum interessant seyn, weil vorher lauter haltbare Vordersätze aufgesucht werden mußten, die außer dem Reiche der Ebene liegen, die aber alle rein denkbar sind. Mit diesen gut gewählten Grundlagen versehen, konnte nun auch glücklicherweise der Beweis von der Ebene an das Licht gezogen werden. — So hat sich's denn ergeben, daß die transparente Darstellung einer

geometrischen Figur nicht allein die Veranlassung zur Herausgabe vorliegender Abhandlung, in Betreff der Paralleltheorie, war, sondern daß sie auch die Erfindung der höchst wichtigen Ebene in der Geometrie veranlaßt hat.

Euklid's Grundsatz, im ersten Satz des 10. Buchs seiner Elemente, als Wahrheit erwiesen.

§. 25.

Wenn a eine sehr kleine gerade Linie und b eine sehr große gerade bedeutet, so kann das Vielfache der a einmal die Linie b an Größe übertreffen.

Obgleich dieser Grundsatz so klar ist, daß es nicht nöthig wäre, an seiner Wahrheit zu zweifeln, so kann man doch auch von ihm einen strengen geometrischen Beweis geben.

Critik mehrerer bisher erschienener Paralleltheorien.

§. 26.

Da es sehr zweckmäßig ist, mehrere Grundlagen anzuführen, worauf bisher Parallellinien gebaut wurden, so werden die würdigen Verfasser derselben es nicht übel nehmen, wenn ihre Parallellinien critisch beleuchtet werden. Diese Untersuchungen sollen besonders dazu dienen, um die bisher gewählten Grundlagen besser mit jenen zu vergleichen, die (§. 3) gegeben wurden, wobei man einen großen Unterschied, in Ansehung der geometrischen Schärfe, finden wird. Da es nun bei dem Aufsuchen eines Beweises in der Paralleltheorie bloß allein auf die Grundlagen ankommt, und es Jedem, der nach Gründlichkeit strebt, nur darum zu thun ist, die Wahrheit zu erforschen, so wird ihm auch eine Vergleichung mehrerer Grundlagen (wovon keine die gehörige Schärfe besitzt), mit den meinigen nicht uninteressant seyn.

Bei Untersuchung dieser verschiedenartigen Grundlagen kam ich auch auf den Gedanken, von einem ebenen Winkel eine andere Erklärung zu geben, die, weil sie kurz und einfach ist, hier angeführt wird, wobei die Ausdrücke: Lage, Richtungen, ganz vermieden werden können, nämlich:

Ein geradliniger Winkel ist derjenige, wenn zwei gerade, in einem Punkt vereinigte, Linien zusammen keine gerade Linie bilden. So stellt z. B. die Linie abc (Figur 9), welche am Punkte b einen Bruch hat, den Winkel abc vor.

Diese Erklärung vom Winkel ist gewiß äußerst einfach und dennoch bestimmt ausgedrückt, weil sie nur allein auf die denkbare Abweichung von einer geraden Linie gegründet ist.

Da ich diese Erklärung noch in keinem geometrischen Lehrbuche gefunden habe, so glaube ich, auf den ersten Gedanken derselben gefallen zu seyn. Die Größe des Winkels ist nun leicht daraus herzuleiten, nämlich: man verlängere die gerade Linie ab beliebig. Je mehr nun die gebrochene Linie abc der geraden Linie abd näher kommt (ist darum möglich, weil man sich auf der geraden ad im Punkte b mit bc einen Halbkreis construirt vorstellen kann), je größer wird der gegebene Winkel seyn. Käme also die Linie dbc der geraden Linie abd näher wie die Linie abc, so wäre auch der Winkel dbc größer wie der Winkel abc.

Was bisher in öffentlichen Blättern über meine Paralleltheorie ist geurtheilt worden.

§. 27.

All Dasjenige, was bisher über meine Paralleltheorie ist geurtheilt worden, wird vorkommen, nebst Beifügung meiner Ansichten hierüber, woraus hervorgehen wird, wie sehr sich die Beurtheiler in ihren Ansichten getäuscht haben, wobei meine Darstellungsart, in Ansehung der Evidenz, immer mehr gewinnen wird.

Kurzer Vortrag der Paralleltheorie, für Schulen und andere Lehranstalten geeignet.

§. 28.

Wie sehr die Alten das Studium der Geometrie hochgeachtet und empfohlen haben, beweiset unter andern Plato (400 Jahre vor Christi Geburt), der durch die bekannte Aufschrift über der Thüre seines Lehrsaales jedem der Geometrie Unkundigen den Eintritt versagte. Da man nun in allen Ländern, wo Mathematik gelehrt wird, bereits anfängt, dem Beispiel der Alten zu folgen, und täglich mehr einsehen lernt, daß neben dem großen Nutzen, den die Mathematik im menschlichen Leben gewährt, auch das Studium dieser Wissenschaft besonders geeignet ist, zur Ausbildung des Geistes beizutragen, die Grundlagen dieser Wissenschaft aber nicht reingeometrisch vorgetragen werden können, wenn die Lücke in der Paralleltheorie bleibt, so ist es bei'm Vortrag hauptsächlich nothwendig, diese Lehre kurz und bündig darzustellen, wozu ein eigener Abschnitt gewidmet werden soll. Denn Kästner sagt in der Vorrede seiner Anfangsgründe: „Die Geometrie würde kein Vorbild der vollkommensten Lehrart bleiben, wenn man sich verstatten wollte, Sätze, deren Wahrheit nicht augenscheinlich ist, in ihr unbewiesen anzunehmen.“ Dieser Abschnitt soll daher so eingerichtet werden, daß er auch für den Anfänger der Geometrie zum Selbststudium, hinsichtlich der Paralleltheorie (worunter aber nicht das Aufsuchen neuer Beweise dieser schwierigen Lehre verstanden wird), dienen kann. Es ist überhaupt den Anfängern eine Lehre, von der so viel abhängt, nicht genug zu empfehlen, von welcher Hoffmann in seiner (§. 17) erwähnten Schrift Seite 340 Folgendes anführt. „In der That entstehen bei Anfängern und Liebhabern des geometrischen Studiums häufige Zweifel über die Evidenz dieser Wissenschaft, wenn, nach dem Urtheile der Sachkundigen, die Aufgabe von den Parallellinien bis heute noch nicht so gelöset ist, wie man es wünscht.“ Den Schluß dieses Abschnitts machen mehrere interessante geometrische Sätze, die einstweilen darum ohne Beweis gegeben werden, damit sich die schon etwas vorgerückten Anfänger im Selbstauffinden der Beweise üben

möchten, welches ein sehr wirksames Mittel ist, den Verstand zu schärfen und sich an das Nachdenken zu gewöhnen. Diese Sätze haben also Aehnlichkeit mit Rechenbeispielen, die oftmals in Rechenbüchern ohne Auflösung gegeben werden.

Zur Probe sollen einige dieser Sätze ohne Beweis hier folgen, wobei zu bemerken ist, daß sie sich alle in geometrischer Schärfe beweisen lassen, ohne die Paralleltheorie dabei zum Grunde zu legen.

I. Wenn in dem Dreieck abc (Figur 10) der spitze Winkel a größer ist, wie der Winkel b, so muß das aus c auf ab gefällte Loth cd dem größeren Winkel näher liegen, wie dem kleineren, oder die ad muß kleiner seyn wie bd.

II. Es seye ein Quadrant bac (Figur 11) gegeben. In der ab nehme man die beliebigen Punkte d, e, f, g an, errichte aus ihnen bis in den Kreisbogen die senkrechten Linien dh, ei, fk, gl, so soll bewiesen werden, daß bd $<$ dh, be $<$ ei, bf $<$ fk u. s. w.

III. Es seye (Figur 12) eine Kreisfläche und ab ihr Durchmesser. In der ab wähle man sich einen Punkt c, von der Art, daß ac $<$ cb. In c errichte man auf der ab eine senkrechte Linie, die an beiden Enden verlängert, den Umfang in d und e berührt.

Aus einem beliebigen Punkt f des Bogens ad fälle ein Loth auf dc, welches leicht zu erweisen ist, daß es nur zwischen der dc etwa in g fallen kann. Nun soll bewiesen werden, daß das Loth fg kleiner ist, wie das Loth ac.

IV. An den Endpunkten der geraden Linie ab (Figur 13) seyen zwei senkrechte Linien ac und bd errichtet, von der Art, daß ac $=$ ab und bd $=$ 2ab, oder bd $>$ 2ab ist. Ziehe die cd, so soll bewiesen werden, daß der Winkel cdb spitz ist.

V. Wie wird ein geradliniges Dreieck abc construirt, woran z. B. der Winkel a so groß ist, wie die beiden Winkel b und c zusammen sind?

Betrachtet man nun die Behauptungen der vier ersten Sätze, so lehrt zwar schon der Augenschein, daß (Figur 10) das Loth dem größern Winkel a näher stehen müsse, wie dem kleinern Winkel b. Eben so sieht man, daß (Figur 11) die dh gewiß größer wie db. ist. Auch scheint es ohne allen Be-

weis schon klar zu seyn, daß (Figur 12) die fg kleiner wie ac und daß (Figur 13) der Winkel bdc spitz seyn muß. Allein man bedenke nur, daß der Augenschein nicht unser geometrischer Maßstab seyn darf, sondern die Beweise müssen reiner gegeben seyn, sie müssen mit dem Auge des Geistes gesehen werden. Da nun solche reine Beweise an obigen Sätzen gegeben werden können, so sollen nun die Anfänger den Versuch machen, ob sie die Beweise durch eigenes Nachdenken finden, wobei nochmals erinnert wird, daß die Paralleltheorie dabei nicht zum Grunde liegt. Es läßt sich also auch ohne diese Theorie z. B. an Figur 13 beweisen, daß der Winkel bdc spitz ist. Was den fünften Satz betrifft, so kann er sich nicht auf jene Wahrheit gründen, daß in einem Dreieck die Summe der drei Winkel gleich zweien Rechten ist, weil eben diese Wahrheit bloß allein von der Paralleltheorie abhängt.

Wollte man den Augenschein in der Geometrie gelten lassen, so dürften auch folgende Sätze ohne allen Beweis schon für völlig wahr gehalten werden, nämlich:

Wenn sich zwei gerade Linien schneiden, so sind die Scheitelwinkel gleich.

An jedem Dreieck ist der äußere Winkel größer, wie jeder seiner inneren Gegenwinkel

In jedem Dreieck steht die größere Seite dem größeren Winkel und die kleinere Seite dem kleineren Winkel gegenüber.

In jedem Dreieck sind zwei Seiten zusammen größer wie die dritte u. s. w.

Da man aber diese vier Sätze ohne Beweis noch nicht für wahr anerkennt, so darf man auch oben angeführte fünf Sätze nicht auf den Augenschein gründen, sondern sie müssen in aller geometrischen Schärfe erwiesen werden, welches nun auch wirklich, und zwar ohne Beihülfe der Paralleltheorie, geschehen kann.

Zweiter vollständiger Beweis von der Theorie der Parallellinien.

§. 29.

Es ist besonders aus dem Anfang gegenwärtiger Abhandlung hinlänglich bekannt, daß die Mathematiker an der reinen

Auflösung in der Paralleltheorie zweifeln. Nun ist aber bereits gezeigt worden, daß man einen evidenten Beweis von dieser schwierigen Lehre geben kann. Es ist mir jedoch auch noch ein anderer, eben so evidenter, Beweis dieser Lehre schon vor mehreren Jahren gelungen, der von meiner ersten Beweisart ganz unabhängig ist und mit derselben nicht die geringste Aehnlichkeit hat. Es kann nämlich ohne vorhergegangene Paralleltheorie ein Viereck von vier rechten Winkeln construirt werden, wovon im Intelligenzblatt Nr. 66, vom December 1829, der Jenaischen allgemeinen Literaturzeitung schon eine vorläufige Anzeige gemacht wurde.

Eine Parallele, in Betreff der ersten und zweiten Beweisart der Paralleltheorie.

§. 30.

Was die Evidenz der beiden Beweisarten betrifft, so kann man weder der einen noch der andern einen Vorzug einräumen. Die Parallele geht also bloß allein die Construction an, die jeder Darstellungsart eigen ist, indem keine Aehnlichkeit unter beiden Beweisarten Statt findet.

Einige meiner Versuche zur Auffindung eines Beweises in der Paralleltheorie.

§. 31.

Wenn auch keiner von diesen Versuchen so beschaffen ist, daß er die reine geometrische Wahrheit enthält, so erkennt man doch daran, wie sehr man sich der Wahrheit annähern kann, und wie wenig man sie läugnen könnte, wenn auch noch kein vollständiger Beweis von ihr vorhanden wäre. Auch sollen diese Versuche dazu dienen, um einigermaßen in Kenntniß gesetzt zu werden, wie unzählig verschiedene Wege vorhanden sind, die man einschlagen kann, um Versuche über diesen merkwürdigen Gegenstand anzustellen. Auch sind diese Versuche den Anfängern der Geometrie zu empfehlen, damit sie das Sinn-

liche vom Geistigen zu unterscheiden lernen, wobei sie zugleich eine Uebersicht erhalten, was eigentlich zu einem reingeometrischen Beweis erforderlich ist.

Neue einfache Beweise vom Pythagoräischen Lehrsatze.

§. 32.

Es ist bekannt, daß von diesem merkwürdigen Lehrsatze schon mehr wie 30 neue Beweise vorhanden sind. Allein erschöpft scheint er deßwegen noch nicht zu seyn, denn immer kommen noch neue Beweise an das Tageslicht. Auch mir gelang es, mehrere neue Beweise davon aufzufinden, die sich besonders dadurch auszeichnen, daß bei mehreren Figuren die in Stücken zerlegte zwei kleinere Quadrate, gehörig zusammengelegt, das größte Quadrat bilden müssen, wodurch man also bei Anfängern der Geometrie die Beweise sehr anschaulich darstellen kann, indem man ihre Evidenz gleich erkennt, wenn man die Winkel, welche die neben einander liegenden Theile mit einander machen, in nähere Betrachtung zieht. Daß aber diese Beweise neu sind, glaube ich damit bestätigen zu können, weil ich sie weder in Hoffmann's *) noch in Müller's **) Sammlung von Beweisen des Pythagoräischen Lehrsatzes, noch irgendwo gefunden habe.

Ich darf es nicht verschweigen, daß auch mein Freund, der Herr F. L. Hoffmeister dahier, seinen Theil zu diesen

---

*) Der Pythagoräische Lehrsatz mit 32 theils bekannten, theils neuen Beweisen versehen, von Joh. Jos. Ign. Hoffmann. Zweite verbesserte und mit einigen neuen Beweisen vermehrte Ausgabe. Mainz 1821.

**) Systematische Zusammenstellung der wichtigen, bisher bekannten, Beweise des Pythagoräischen Lehrsatzes, mit einer ausführlichen Theorie der Zahlendreiecke, von Johann Wolfgang Müller. Mit einer Kupfertafel. Nürnberg 1819.

Ferner von demselben Verfasser: neue Beiträge zu der Parallelentheorie, den Beweisen des Pythagoräischen Lehrsatzes und den Berechnungsarten der Pythagoräischen Zahlendreiecke. Augsburg und Leipzig 1826.

aufgefundenen neuen Beweisen beigetragen hat, wofür ich ihm meinen vollen Dank abstatte. Als ich nämlich schon mehrere neue Beweise dieses Satzes gefunden hatte, und ich vermuthete, daß noch andere möglich wären, wozu mir jedoch die Zeit mangelte, darüber nachzudenken, da ersuchte ich meinen obengenannten Freund, diesem Gegenstand die nöthige Aufmerksamkeit zu schenken. Er war wirklich so glücklich, mehrere neue Beweise zu finden, so daß vielleicht von diesem Satze eben so viele neue bekannt gemacht werden könnten, als bereits erschienen sind, weil mein Freund und ich schon 30, durchaus neue, Darstellungen beisammen haben. Diese Ankündigung geschah auch in der Isis von Oken (Band XXI, 1s Heft, Seite 1), worin zwei Figuren nebst Beweis vorkommen.

Bei dem Aufsuchen neuer Beweise des Pythagoräischen Lehrsatzes brachte mich ein sonderbarer Zufall auf die Erfindung eines neuen Satzes, der nachher zu mehreren interessanten Versuchen Anlaß gegeben hat, wovon bei einer andern schicklichen Gelegenheit das Weitere wird erwähnt werden. Ich hatte nämlich die Figur 14 vor mir, welche dieselbe ist, die auch, wie oben angeführt, in die Isis kam, und da bewiesen wurde. Es sind nämlich je zwei Theile I, I', II, II', III, III' und IV, IV' immer mit einander congruent, wovon sich der Beweis sehr leicht finden läßt. Nun zerschnitt ich die zwei Kathetenquadrate in die Theile I, II, V und III, IV und wollte nachher aus diesen Theilen, gehörig neben einander gelegt, das größte Quadrat a c i h bilden. Ich hielt dieses Verfahren für zu leicht und hatte mir also vorher keine Zeichnung entworfen, wie eben diese Theile im größten Quadrat neben einander liegen. Allein ich täuschte mich; es wollte nicht gleich bei erstem Nebeneinanderlegen gelingen und zu meiner Verwunderung erhielt ich endlich gar ein Rechteck a'k'e g (Figur 15) statt ein Quadrat; denn es war die a'k' größer wie die k'e.

So wurde also durch Zufall gefunden, wie man auch sehr leicht zwei Quadrate in ein Rechteck (Oblongum) verwandeln könne. Eben so kann man mit denselben Stücken, gehörig neben einander gelegt, auch ein schiefwinkliges Viereck (Parallelogramm) und ein Paralleltrapezium construiren.

Ich habe mich schon öfters überzeugt, daß Leute aus

diesen 5 Stücken, wenn sie vorher die wahre Zeichnung nicht sahen, kein Quadrat bilden konnten. Eben so ging es auch mit dem Rechteck Figur 15.

Da die Auffindung des Beweises, daß (Figur 14) die Theile I, I', II, II', ꝛc. congruent mit einander sind, und daß (Figur 15) a'k'eg wirklich ein rechtwinkliges Viereck sey, für die Anfänger der Geometrie sehr nützlich ist, so wurde der Beweis hier weggelassen. Denn der Gegenstand des Pythagoräischen Lehrsatzes ist auch besonders für Anfänger von sehr großem Nutzen und kann daher nicht genug empfohlen werden, welches auch ein vortrefflicher Gewährsmann bestätigt. Es heißt nämlich in der Vorerinnerung der oben erwähnten Hoffmann'schen Sammlung: „Allein diesem merkwürdigen Satze „läßt sich noch eine andere Seite abgewinnen. Die Mannich„faltigkeit seiner Beweisarten gewähret ein vortreffliches Bil„dungsmittel der Anschauungskraft und des Verstandes, und „ich habe mich seit meinem 18jährigen öffentlichen Unterrichte in „der Geometrie so innig davon überzeugt, daß ich glaube, eine „Zusammenstellung von 32 verschiedenen Beweisen, welche ge„genwärtige Abhandlung liefert, werde den Freunden und An„fängern der Geometrie nützlich und erfreulich seyn. Sie mö„gen, ohne diese Beweise zu lesen, zuerst selbst ihren Scharfsinn „in deren Auffindung versuchen. Solche Uebungen schärfen „den geometrischen Scharfblick und verleihen dem denkenden „Geiste erhöhte Stärke und Gewandtheit."

Eben so interessant ist jene Sammlung von Müller, worin sehr viel Geschichtliches über diesen Gegenstand vorkommt.

Praktische Gegenstände der Geometrie betreffend.

Vortheilhafte, für Jedermann eingerichtete, Multiplicationstafeln, die noch bei vielen andern Rechnungsarten brauchbar sind.

§. 33.

Häufige Multiplicationsbeispiele, deren Anzahl in der praktischen Geometrie bei Berechnung des Flächeninhaltes der

Aecker ganzer Gemarkungen sich in die Tausende beläuft, und die jedem Geometer wohl bekannt sind, haben mir die Veranlassung zu diesen Tafeln *) gegeben. Ich suchte also eine leichtere Methode zu ergründen, um das Produkt zweier Zahlen zu erhalten. Mein Nachforschen wurde mir belohnt; denn man braucht nicht mehr das beschwerliche Multipliciren, sondern das Produkt zweier Zahlen kann durch eine bloße Subtraction erhalten werden.

Die Art und Weise, wie ich bei'm Nachforschen dieser Rechnungsart verfahren bin, und wovon ich glaube, daß ich mich für den ersten Erfinder halten kann, wird weiter unten gezeigt werden. Dafür soll aber die Verfahrungsart bei'm Gebrauch dieser Tafeln den Anfang machen, und umständlich dargethan werden, um sich zu überzeugen, daß kein bisher erschienenes Hülfsmittel das Produkt zweier Zahlen so einfach leicht und so sicher liefert, wie das meinige.

Ich bin zwar nicht der Erste, der über diesen wichtigen Gegenstand der Rechenkunst nachgedacht hat. Es wurden von Andern schon unzählige Versuche darüber angestellt, und schon vor mehr als 130 Jahren hatte man sich damit beschäftigt gehabt, welches die Geschichte dieses Gegenstandes hinlänglich beweist; allein immer war die Verfahrungsart entweder selbst noch schwierig oder zu weitläufig, so daß man, anstatt sich dieser Erleichterungsmittel zu bedienen, besser die wirkliche Multiplication selbst verrichtete. Diese Unbequemlichkeit fällt aber mittelst meiner Tafeln ganz weg, wie nun in folgendem §. gezeigt werden soll.

§. 34.

I. Der Hauptgrund dieser Tafeln ist aus folgender, sehr einfachen, Formel zu erkennen.

$ab = \frac{1}{4}(a + b)^2 - \frac{1}{4}(a - b)^2$. Wenn daher a und b zwei willkürlich genommene Zahlen bedeuten, so kann ihr Produkt durch eine leichte Subtraction erhalten werden, weil diese Tafeln die $\frac{1}{4}$ Quadrate der Zahlen darstellen. Da

---

*) Diese Multiplicationstafeln, worin auch als Anhang einige Bemerkungen eines Recensenten über meine Paralleltheorie vorkommen, sind bei Marx in Karlsruhe im Jahr 1817 erschienen.

sie nun jene von 1 bis 20000 enthalten, so ergibt sich's, daß man schon das Produkt von zwei beträchtlichen Zahlen ohne Multiplication finden kann. Wie wohl es einem daher thun wird, wenn man, anstatt den ganzen Tag zu multipliciren, nun den Flächeninhalt auf eine leichtere Art bekömmt, wird man aus den hier angeführten Beispielen genugsam erkennen, auch folgt hieraus, daß die Tafeln in diesem Falle einen weit größern Vorzug vor den Logarithmen haben.

II. Es seye z. B. a = 4387 und b = 3598; man verlangt das Produkt 4387 × 3598, so suche man, wie die Formel (I) lehret, die ¼ Quadrate von der Summe und Differenz dieser gegebenen Zahlen und ziehe solche von einander ab, so erhält man das reine Produkt, welches man auch durch die gewöhnliche Multiplication erhalten hätte. In der nun folgenden Rechnung ist 7985 die Summe und 789 die Differenz der zwei gegebenen Zahlen nebst ihren ¼ Quadratzahlen vorgestellt.

7985	15940056
789	155630
Produkt =	15784426

Denn weil die Tafeln (I) die ¼ Quadrate aller Zahlen von 1 bis 20000 enthalten, so läßt sich das ¼ Quadrat von der Summe 7985 leicht finden, um so eher auch jenes der Differenz 789.

An diesem Beispiel wird man erkennen, daß es gewiß keine leichtere und einfachere Art gibt, das Produkt zweier Zahlen zu finden, als die obige. Sie ist also weit leichter, als wenn man das Produkt durch die gewöhnliche Multiplication erhält, wie folgt:

```
   4387
   3598
  -----
  35096
 39483
21935
13161
--------
15784426
```

III. Für den Geometer sind diese Tafeln bei'm Gebrauch

schon hinlänglich, indem die meisten Beispiele darnach gerechnet werden können. Denn gesetzt: man fordere den Flächeninhalt eines Dreiecks, wovon die Grundlinie 148 Ruthen, 3 Schuh, 6 Zoll, und die senkrechte Höhe 98 Ruthen, 5 Schuh, 4 Zoll beträgt, so ist die vollbrachte Rechnung:

$$14836 \times 4927 = 73096972.$$

Das Dreieck enthält also an Quadratmaß 7309 Ruthen, 69 Schuh, 72 Zoll.

Nach den Tafeln wäre nun die Rechnung folgende:

19763	. . . . . .	97644042
9909	. . . . . .	24547070
		73096972

also gleiches Produkt wie obiges und bloß durch die Subtraction erhalten. Jeder Sachkenner weiß aber, daß bei sehr vielen einzelnen, man kann sagen, fast bei allen, Grundstücken keine so bedeutend große Dreiecke zum Berechnen vorkommen, und daß mithin durch Hülfe dieser Tafeln der Flächeninhalt aller Grundstücke einer Gemarkung berechnet werden können. Kommen indessen Fälle vor, wonach noch größere Beispiele, wie obiges, zu berechnen wären, so kann dieses, nach der Einleitung §. 7 meiner Tafeln, sehr leicht geschehen.

Eine sichere Probe über die Rechnungsart mit $\frac{1}{4}$ Quadratzahlen habe ich durch eigenes Nachdenken erfunden, sie kommt in §. 6 vor.

VI. Nicht nur für den Geometer sind diese Tafeln von sehr großem Vortheil, sondern alle Diejenigen, welche sich mit vielen Multiplicationsbeispielen beschäftigen müssen, können gleichen Vortheil davon haben, wenn sie auch keine geometrischen Kenntnisse besitzen, sondern sich nur an die gegebenen Regeln halten. Obige zwei Beispiele bestätigen dieses hinlänglich, wobei man also anstatt zu multipliciren, nur zu subtrahiren braucht, und soll die Rechnungsart bei vielen Beispielen sehr fördern, so können sich zwei Personen damit beschäftigen, wovon die eine beständig rechnet, und die andere die nöthigen Zahlen aufsucht, ein Verfahren, welches bei der wirklichen Multiplication sich nicht anwenden läßt. Auch glaube ich, daß es nützlich wäre, wenn man auf Gymnasien

und andern Lehranstalten, wo die ersten Anfangsgründe der Buchstaben-Rechenkunst abgehandelt werden, den Zöglingen einen neuen Weg zeigen würde, wie man das Produkt zweier Zahlen auf eine leichte und sichere Art ohne Multiplication erhalten könne, weil der Grund der Verfahrungsart sehr einfach ist und von jedem Anfänger leicht begriffen werden kann. Darum sind die Gründe davon in der Einleitung §. 1 meiner Tafeln etwas weitläufig dargestellt worden.

Von den Quadratzahlen.

§. 35.

Unter allen Rechnungsarten ist jene der Quadratzahlen, mit Hülfe dieser Tafeln, am leichtesten zu vollziehen. Man hat nur nöthig, ihre Wurzeln zu verdoppeln und die ¼ Quadratzahl der verdoppelten Wurzel aufzusuchen, welche die Quadratzahlen der einfachen Wurzeln sind. So ist z. B. die Quadratzahl von 8936 = 79852096 und die ¼ Quadratzahl von 17872 = 79852096. Wenn man daher von einer gegebenen Zahl, die kleiner als 10000 ist, die Quadratzahl verlangt, so darf man nur ihre Wurzel doppelt nehmen und solche in den Tafeln aufsuchen, so wird man daneben die verlangte Quadratzahl finden. So ist das Quadrat von 7537 = 56806369 und das ¼ Quadrat von 15074 = 56806369.

Der Grund davon ist (§. 34, II) klar, weil die doppelte Wurzel die Summe der zwei gegebenen Zahlen vorstellt, die Null zu ihrer Differenz haben.

Verlangt man das Quadrat von einer Zahl, die größer als 10000 und kleiner als 20000 ist, z. B. das Quadrat von 19584, so multiplicirt man ihr ¼ Quadrat mit 4. Nun ist das ¼ Quadrat von 19584 = 95883264, also das Quadrat von 19584 = 95883264 × 4 = 38353305.

Will man das Quadrat von 136438 wissen, so findet man solches sehr leicht nach der Einleitung §. 11 meiner Tafeln, weil man jede Quadratzahl finden kann, wenn ihre Wurzel kleiner ist wie 200000.

Von Ausziehung der Quadratwurzel.

§. 36.

Die Quadratwurzel aus einer gegebenen Zahl kann man mittelst dieser Tafeln eben so sicher und leicht erfahren als aus wirklichen Quadrattafeln.

Es soll z. B. aus der 8zifferigen Zahl 87635975 die Wurzel gezogen werden, so nehme man, welches sehr leicht geschehen kann, in den Tafeln diejenige ¼ Quadratzahl, welche der gegebenen entweder gleich oder kleiner ist und ihr am nächsten kommt, jedoch so, daß sich die Grundzahl davon ohne Rest halbiren läßt, das also immer geschehen kann, so ist eben diese halbirte Grundzahl die Wurzel der gegebenen Zahl, wie hier die Rechnung ausweist.

87635975

$$87628321 = \frac{18722}{2} = 9361,$$

welches die verlangte Quadratwurzel ist.

Will man die Wurzel wirklich ausziehen, so muß sie mit obiger ganz übereinstimmen, z. B.

```
87635975  | 9361
81        |
--        |
 663
 183
 549
 -----
 11459
  1866
 11196
 ------
  26375
  18721
  18721
  -----
   7654
```

Aus dieser beschwerlichen Rechnung siehet man, welche große Vortheile diese Tafeln bei Ausziehung der Quadratwurzeln gewähren, weil man das Resultat viel geschwinder und eben so genau durch die ¼ Quadratzahlen erhält, als wenn man nach Quadrattafeln verfahren wollte.

Wenn man an dem obern Beispiel noch Decimaltheile berechnen will, so ziehe man beide Zahlen von einander ab, und man wird denselben Rest 7654 erhalten, wie bei'm untern Beispiel, wo es dann leicht ist, die Rechnung nach der gewöhnlichen Art fortzusetzen. Auf eine ähnliche Art verfährt man auch, wenn die Zahl, aus der man die Wurzel ziehen soll, mehr als 8 Ziffern enthält, wovon in der Einleitung §§. 12, 13 der Tafeln das Weitere vorkommt.

Fernere Anwendung der Tafeln bei einigen geometrischen Aufgaben.

§. 37.

Es wird jedem praktischen Geometer, der mit Genauigkeit verfahren will, wohl bekannt seyn, daß folgende Aufgaben öfters vorkommen, daß sie aber alle, wenn man die gehörigen Mittel, worunter Hülfstafeln verstanden werden, nicht besitzt, nach der gewöhnlichen Rechnung äußerst mühsam und anstrengend aufzulösen sind. Von solchen Aufgaben sollen nun einige hier vorkommen.

I. Es seye a b c ein rechtwinkliches Dreieck, woran die beiden Katheten bekannt sind, nämlich a b = 2025″, a c = 1699″, so weiß man auch, daß sich die Hypotenuse b c nach der Formel $\sqrt{(ab^2 + ac^2)}$ in Maßtheilen bestimmen läßt, die Hypotenuse b c wäre also 2643″. Das Verfahren kann nun auch mit Hülfe der ¼ Quadratzahlen geschehen, wenn man nämlich die ¼ Quadrate der beiden Katheten addirt und in den Tafeln eine, der Summe nächst kleinere, Zahl sucht, so ist auch wie oben, die ihr zukommende Grundzahl der Hypotenuse bc = 2643. Nämlich:

2025	. . . . . .	1025156
1699	. . . . . .	721650
		1746806

nächstkleineres ¼ Quadrat = 1746362 = 2643.

II. Wenn an einem rechtwinkligen Dreieck a b c die Kathete a b = 5439″ und die Hypotenuse b c = 6969″ bekannt ist, die Kathete a c zu suchen.

Hier verfährt man nach der Formel: $\sqrt{ac} = (bc^2 - ab^2)$, wozu man auch, wie aus folgender Rechnung zu sehen ist, die ¼ Quadratzahlen gebrauchen kann.

6969	. . . . . .	12141740
5439	. . . . . .	7395680
		4746060

nächstkleineres ¼ Quadrat = 4745862 = 4357 = a c.

§. 38.

Anmerkung. Obige zwei Aufgaben wurden in der Einleitung §§. 17, 18 der Tafeln anders aufgelöst, nämlich mit Quadratzahlen. Erst in der Folge fand ich, daß man diese Aufgaben weit einfacher und zwar mittelst der ¼ Quadratzahlen, wie es oben geschehen ist, auflösen kann.

Die übrigen Aufgaben, welche noch mittelst dieser Tafeln aufgelöst werden können, kommen in der Einleitung §. 19 u. s. w. vor. Eben so vortheilhaft sind diese Tafeln auch bei der Theilung von Trapezien, wenn die Scheidelinien mit einander parallel laufen sollen, welche Verfahrungsart dem praktischen Geometer nicht unbekannt seyn wird.

Anweisung, wie jede Ziffer in den Tafeln geprüft werden kann.

§. 39.

Diese Anweisung ist in §§. 22, 23 der Tafeln angegeben. Ich glaube aber, daß sie nicht viel wird gebraucht werden, weil die größte Aufmerksamkeit darauf gewendet wurde, um ganz fehlerfreie Tafeln zu liefern. Da nun der Ladenpreis dieser Tafeln zwei Gulden rhein. beträgt, so sollen für jeden neuen Fehler, der nicht in den Tafeln oder in der Einleitung Seite XXI derselben angezeigt wäre, fünf Exemplare meiner Rechnungstafeln — also ein Werth von zehn Gulden rhein. — abgegeben werden, die Derjenige, der einen solchen Fehler findet, von der Marx'schen Buchhandlung in Karlsruhe ohne Anstand in Empfang nehmen kann. Eine Zusicherung also, die von einem Verfasser, der Tabellen herausgibt, nicht so

leicht gemacht wird. Diese Zusicherung geschieht aber deßwegen, um dadurch bei meinen Lesern das Zutrauen zu gegewinnen, daß sie sicher und leicht nach meinen Tafeln rechnen können, weil bei Tafeln dieser Art oftmals viel versprochen, aber nicht immer viel geleistet wird. Dabei bemerke ich noch, daß in der Vorrede Seite VIII meiner Tafeln ein unrichtiger Ausdruck steht, den ich zu verbessern bitte. Statt die ganze gedruckte Auflage soll es heißen: ein ganzes gedrucktes Exemplar.

Anmerkung. Bei dieser Gelegenheit zeige ich auch an, daß es mir gelungen ist, eine neue, bisher noch unbekannte, Art nützlicher Divisionstafeln zu fertigen, wonach man, mittelst Rechnung, den Quotient zweier, auch schon beträchtlich großer, Zahlen ohne Division erhalten kann. Diese Tafeln, die auch noch bei andern Rechnungsarten vortheilhaft zu gebrauchen sind, werden, wie es die Umstände erlauben, vollends ausgearbeitet und der Presse übergeben werden.

Was über meine Multiplicationstafeln in öffentlichen Blättern ist geurtheilt worden.

§. 40.

Da aus den bereits oben angeführten Beispielen die Nützlichkeit dieser Tafeln schon hinlänglich hervorgehen würde, auch leicht einzusehen ist, daß diese Tafeln in vielen Fällen weit mehr leisten, wie jene der Logarithmen, so soll nun noch überdieß angeführt werden, wie diese Tafeln in öffentlichen Blättern mit Dank aufgenommen und für das Beste erklärt wurden, was bisher über diesen Gegenstand herauskam, wodurch das Zutrauen zu diesen Tafeln noch mehr erhöht werden kann.

I. In der Leipziger Literaturzeitung von 1819, Nr. 257 heißt es:

„Der Hauptgrund dieser Tafeln kann für unsere geübten „Leser sehr kurz gefaßt werden. Sie enthalten die $\frac{1}{4}nn$ für „jede ganze Zahl n von 1 bis 20000. Da nun $a \, . \, b = \frac{1}{4}$ „$(a + b)^2 - \frac{1}{4} (a - b)^2$ seyn muß: so kann man jedes „Produkt ab vermittelst der Tafeln durch bloßes Subtrahiren

„finden, wenn a + b nicht größer als 20000*) ist. Bei etwas größeren a + b hat man nur eine leichte Multiplication hinzuzufügen. Auch zur Auffindung der Quadratzahlen u. s. w. „können die Tafeln benutzt werden, weil $\frac{1}{4}nn = \left(\frac{n}{2}\right)^2$ ist“ u. s. w.

„Sehr richtig erinnert der Verf., daß der Gebrauch der „Logarithmen zu mühselig für den Feldmesser ist, wenn er „eine Menge von Dreiecken durch Grundlinien und Höhen, „oder sogar aus ihrem gemessenen Umfange berechnen soll, „welches letztere doch den Inhalt sehr genau und ohne verjüngte Zeichnung gibt. Weniger anstellig scheinen uns diese „Tafeln für Auffindung der Kubikwurzeln, und selbst auch der „Quadratwurzeln zu seyn. Daß die sämmtlichen Tafeln durchaus richtig gerechnet und zuverlässig geprüft sind, wird sehr „glaubwürdig versichert.“

„Des Vfs. Erwiederung auf eine, wie es scheint, nur „handschriftlich ihm zugeschickte, Recension seiner Parallelentheorie, hält Recens. zu recensiren nicht des Raumes werth. „— Seine Tafeln aber dürften unter allen bisher versuchten „Hülfsmitteln, zur Erleichterung der Multiplicationen, für „den ökonomischen Feldmesser schon jetzt das Beste seyn, und „eine noch größere Brauchbarkeit auch anderweitig leisten können, wenn sie durch vorangeschickte Reductionen, vermittelst „der Decimalbrüche, auf ziemlich viele gebrochene Faktoren angewandt werden könnten, wodurch denn zugleich auch viele „Divisionen mit abgereicht würden.“

Anmerkung. Daß nach des Recensenten Meinung der Gebrauch dieser Tafeln bei Ausziehung der Quadratwurzeln weniger anstellig scheinen soll, kann ich nicht einsehen. Den besten Beweis glaube ich durch das oben (§. 36) angeführte

---

*) Job Ludolph, Professor der Mathematik zu Erfurt am Ende des 17. Jahrhunderts, hat, um das Multipliciren und Dividiren zu erleichtern, eine Tafel der Quadratzahlen, von 1 bis 100000, unter dem Titel: Tetragonometria tabularia herausgegeben. Die Böbert'schen Quadrattafeln, welche bis 25200 gehen, dienen zu eben der Absicht.

Anm. des Red.

Beispiel gegeben zu habeu, woran man erkennen wird, daß nach diesen Tafeln eben so sicher und leicht aus einer Zahl die Quadratwurzel gezogen werden kann, als nach den Tafeln der Quadratzahlen.

Was Recensent wegen meiner Paralleltheorie erwähnt hat, ist schon früher (§. 13) vorgekommen.

Der Verf.

II. Aus den Ergänzungsblättern der hallischen Allgemeinen Literaturzeitung, Nr. 132, vom November 1820.

Recensent tadelt mit Recht meinen Vortrag. Ich danke demselben dafür und werde mich bestreben, das Unrichtige, so viel wie möglich, zu verbessern. Der Grund davon liegt in meiner frühern Erziehung bei'm Elementarunterricht, worin ich sehr verkürzt wurde, wie aus meiner Lebensbeschreibung hinlänglich hervorgeht. Darum hoffe ich auch in dieser Hinsicht bei meinen Lesern gegenwärtigen Buches einigermaßen entschuldigt zu seyn. Uebrigens ist Recensent mit diesen Tafeln zufrieden und hat sie für ihren Zweck ganz brauchbar gefunden. Denn es heißt:

„Diese Tafeln geben die ¼ Quadrate aller Zahlen von „1 bis 20000 an, und es lassen sich mit Hülfe derselben „leicht manche arithmetische und geometrische Aufgaben lösen, „wozu man S. I — XXI die nöthige Anleitung findet. Sie „sind so eingerichtet, daß jede Seite 6 Columnen hat, wovon „die erste die Zahlen 1 — 49 und 50 — 99, die zweite und „folgenden die entsprechenden Quadrate von 100 — 199; 200 „— 299, 300 — 399 u. s. w. enthalten. Man darf daher, „um das ¼ Quadrat von einer Zahl, z. E. 16, zu finden, „nur bis auf diese herabgehen, um es darneben in der zweiten „Columne mit 64 zu haben. Wie sich darnach verschiedene „Aufgaben leicht auflösen lassen, ist nicht unbekannt, und dazu „ist die Herausgabe dieser Tafeln förderlich und dankenswerth. „Will man z. B. das Quadrat von 16 wissen, so darf man „diese Zahl nur verdoppeln, und man hat in dem ¼ Quadrat „von 32, das Quadrat von 16 in den Tafeln mit 256. Und „so findet man in der Anweisung noch mehrere Anwendungen „erörtert, z. B. bei Ausziehung der Quadrat und Kubik-

„wurzel, bei Berechnung des Inhalts der Dreiecke, bei Findung der Hypotenuse oder eines Katheten in einem rechtwinklichten Dreieck u. s. w. Sucht man z. B. zu 2 bekannten Katheten die Hypotenuse, so weiß man, daß das Quadrat der letztern so groß ist, als das Quadrat jener beiden zusammengenommen. Man darf daher nur in den Tafeln die Quadrate der zwei gegebenen Seiten suchen, sie zusammenaddiren, und die Wurzel ausziehen, um in derselben die gesuchte Hypotenuse zu haben. Das wird aber mit Hülfe dieser Tafeln kurz und leicht bewerkstelligt werden."

III. Aus den militärischen Zeitblättern von F. W. von Mauvillon; dritter Jahrgang, July, August, September 1822, Essen und Duisburg bei G. D. Bädeker.

„Die Einrichtung der uns von Herrn Bürger gelieferten Tafeln, zur Erleichterung großer Multiplicationen, der Bildung quadratischer Potenzen, der erleichterten Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln, und der Auffindung einiger geometrischen Linien, bei der Berechnung der Dreiecke, verdient allen Dank des rechnenden Publicums."

„Der Gebrauch der Tafeln selbst ist leicht und weniger beschwerlich, als der der Logarithmen. Bei großen Multiplicationen lassen die Tafeln größere Anwendbarkeit zu, und gewähren mit Genauigkeit Produkte von 8 Ziffern und selbst von 9 bis 11 Ziffern, so bald man eine kleine Multiplication mit einer Ziffer als Multiplicator vollzieht. Für alle geometrische Berechnungen und Vermessungen der Flächen sind diese Tafeln von besonderm Werth. Allein in Hinsicht der Aufsuchung von Kubikwurzeln sind sie von wenigerm Nutzen, da man oft schneller die Multiplication der Quadrate vollzieht, als das Aufschlagen in den Tafeln Zeit erfordert, nur wenn die gefundenen Wurzeltheile 2 Ziffern übersteigen, fangen sie an, zur Bildung der Divisoren nutzbar zu werden. — Bei allen Linien eines rechtwinklichten Dreiecks und ihrer Berechnung, d. h. also fast bei allen geometrischen Figuren, dienen die Tafeln zur Abkürzung der Rechnung. — Die Beschreibung ihres Gebrauchs ist deutlich und verständlich, die Probe der Multiplication leicht und das Ganze mathematisch

Bayerische Staatsbibliothek München

„richtig aus dem binomischen Lehrsatze entwickelt. Ist n eine „jede beliebige Zahl von 1 bis 20000, so enthalten die Ta„feln von jeder ganzen dazwischen liegenden Zahl $\frac{1}{4} n^2$, und „man kann leicht das Produkt zweier derselben x — y finden, „indem $(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$, folglich $\frac{4xy}{4} = xy$ „$= \frac{(x + y)^2 - (x - y)^2}{4} = \frac{1}{4} (x - y)^2 - \frac{1}{4} (x - y)^2$."

„Da die Tafeln diese ¼ Quadrate aller Summen und „Differenzen der Zahlen zwischen 1 und 20000 enthalten, so „braucht man nur die Summe und Differenz der gegebenen „Faktoren zu machen, diese in den Tafeln aufzuschlagen und „die zugehörigen ¼ Quadrate von einander abzuziehen, um „das gesuchte Produkt zu erhalten. — Eben so einfach sind „alle übrigen Prozeduren mit den Tafeln und Jedem verständ„lich, der auch keine mathematischen Kenntnisse besitzt. — Der „Verfasser glaubt die Tafeln ohne Fehler geliefert zu haben, „und Referent will es wenigstens wünschen, daß seine Be„hauptung gegründet sey. Für den schlimmsten Fall gibt er „Mittel an, die Zahlen selbst zu prüfen und zu berichtigen. — „Den Anhang über die Parallelentheorie übergehen wir, da „er eigentlich nicht zu den Tafeln gehört. — In Hinsicht der „Quadrat- und Kubikzahlen, so wie ihrer Wurzeln, wäre es „wohl wünschenswerth, weiter ausgeführte Tabellen zu be„sitzen, als die vorhandenen, und dazu alle Zahlen von 1 bis „10000 zu nehmen, wozu die Tabellen eines Ludolph, „Böbert, Vlacq, Vega ꝛc. benutzt werden könnten. Zum „Schluß bemerkt Referent noch, daß der Verfasser mitunter „einen etwas schwülstigen Styl bei seinen Erklärungen hat, „und manche Periode richtiger gestellt, manche Erklärung und „Berechnung kürzer und leichter zu entwickeln gewesen wäre. „— Es sind diese Tafeln die besten der Art, die Referent bis „jetzt kennt."

Anmerknng. Vorstehende Recension erhielt ich in Abschrift von meinem Bruder, der damals in Augsburg bei dem königl. baier. dritten Linieninfanterieregiment, Prinz Karl, war, und die erwähnten militärischen Zeitblätter in der Regimentsbibliothek fand. Der Verfasser.

IV. Aus den Ergänzungsblättern Nr. 17 der Jenaischen allgem. Literaturzeitung von 1824.

„Die in manchen Fällen recht brauchbaren Tafeln beruhen „auf dem einfachen Satze, daß $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$, „folglich $\frac{(a + b)^2}{4} - \frac{(a - b)^2}{4} = ab$ ist. Wenn man daher „den vierten Theil von $(a + b)^2$ und von $(a - b)^2$ weiß: „so gibt ihre Differenz das Produkt $a \times b$, welches also hier „durch eine Subtraction gefunden wird. Des Vfs. Tafeln ent„halten zu diesem Behufe die Viertel der Quadrate aller Zahlen „von 1 bis 20000. Ihre Einrichtung ist der der Vega i'schen „Logarithmentafeln ähnlich, um an Raum zu gewinnen, ohne „ihren Gebrauch zu erschweren. Da sie sich nur bis auf 20000 „erstrecken: so wird ihre Anwendung auf Zahlen beschränkt, „deren Summe kleiner als 20000 ist. Das Produkt $9876 \times$ „5988 wird durch sie auf folgende Art gefunden. Zur Summe „$9876 + 5988 = 15864$ gehört, nach S. 65 der Tafeln, „als vierter Theil ihres Quadrats, die Zahl 62916624, und „zur Differenz $9876 - 5988 = 3888$ gehört, nach S. 17 „der Tafeln, als vierter Theil ihres Quadrats, die Zahl „3779136. Daher ist nunmehr $62916624 - 3779136 =$ „59137488 das verlangte Produkt 9876×5988. Da $(a +$ „$b + 1)^2 - (a - b - 1)^2 = a + ab$ ist, wie die Rech„nung lehrt: so kann hierdurch über die Richtigkeit des vor„hin gefundenen Produkts die Probe gemacht werden. Wenn „man nämlich die Summe der Faktoren um 1 vermehrt und „auch um 1 vermindert, und nun zu diesen Zahlen nach vo„riger Regel das Produkt sucht, so muß, wenn man von diesem „die größere gegebene Zahl abzieht, der Rest dem ersten Pro„dukte gleich seyn, da $(a + ab) - a = ab$ ist. — Ferner „fügt der Vf. noch weitere Anwendungen dieser Tafeln zum „Auffinden der Quadrate gegebener Zahlen, zum Ausziehen der „Quadrat- und Kubikwurzeln, zu einigen geometrischen Auf„gaben u. s. w., bei; der beschränkte Raum dieser Blätter „gestattet jedoch nicht, näher in das Einzelne einzugehen. Im „Allgemeinen verdient des Vfs. Streben, zur Erleichterung „des praktischen Rechnens beizutragen, unser Lob."

Anmerkung. Was obiger Recensent von dem Anhange

Bayerische
Staatsbibliothek
München

hält, der meinen Tafeln beigefügt ist, und sich bloß auf meine Paralleltheorie bezieht, davon ist schon (§. 15) Erwähnung geschehen. Uebrigens danke ich den sämmtlichen Herren Recensenten für ihre gehabte Bemühungen, und die Winke, die sie mir wohlmeinend dabei gaben, werde ich stets zu benutzen mich bestreben, so weit es in meinen Kräften steht.

Der Verfasser.

§. 41.

I. Es haben sich zwar noch zwei verdienstvolle deutsche Gelehrte, die Herren Grüson und Ideler in Berlin, über die Nützlichkeit der Rechnungsart mit ¼ Quadratzahlen ausgedrückt, wovon bei einer andern Gelegenheit umständlicher wird gehandelt werden. Die Folge der Anerkennung beider Gelehrten war, weil Herr Centnerschwer in Berlin im Jahr 1825 Tafeln *) herausgab, welche große Aehnlichkeit mit den meinigen hatten. Da nun derselbe meine Tafeln kennt, indem ich in seiner Vorrede Seite 12 mit Namen angeführt bin, und ihm meine Tafeln, die 8 Jahre früher als die seinigen erschienen sind, erst dann zu Gesicht kamen, als seine Tafeln schon die Presse verlassen hatten, ferner seine gegebenen Regeln fast dieselben sind, die auch in der Einleitung meiner Tafeln sich vorfinden, und seine ¼ Quadratzahlen eben auch wie die meinigen, bis 20000 gehen, so wird man sich gewiß wundern, daß beide Erfindungen zufälligerweise so sehr mit einander übereinstimmen, auch wird es gewiß sehr sonderbar vorkommen, da derselbe hofft, mit Recht behaupten zu können, daß er die Sache aus einem ganz andern Gesichtspunkt betrachtet habe, was den Namen „neu erfundene" rechtfertigt. Ferner sagt er in seiner Vorrede Seite 13: „Allein bei'm Vergleichen derselben (Tafeln) mit den meinigen fand ich, daß die meinigen „zwar jene entbehrlich machen, nicht aber umgekehrt, wie es „hoffentlich jeder Sachkenner einsehen wird." Dieser Meinung bin ich eben nicht; ich glaube vielmehr, daß jeder Sachkenner das Gegentheil wird einsehen, und zwar aus folgenden Gründen:

---

*) Neuerfundene Multiplications- und Quadrattafeln, von J. J. Centnerschwer. Berlin 1825.

Bayerische Staatsbibliothek München

1) Wird bei seinen Tafeln das schnelle Aufsuchen der Zahlen durch die Ausschlageblätter sehr erschwert und kann auch eher zu Fehlern im Abschreiben der Zahlen Anlaß geben. Bei meinen Tafeln hingegen sind alle ¼ Quadratzahlen vollständig auf derjenigen Seite, worauf sich auch ihre Grundzahlen befinden.

2) Sind keine Durchzugslinien, die bei meinen Tafeln von 5 zu 5 Ziffern darum angebracht sind, damit man gleichfalls bei'm Abschreiben der Zahlen nicht so leicht fehlen kann. Wenn man daher bei seinen Tafeln das ¼ Quadrat von 16914, welches auf der Seite 34 in der letzten Vertikalreihe steht, aufsuchen will, so muß man sich hüten, daß man bei'm Herüberfahren über 9 Verticalreihen nicht auf eine unrechte Zahl kommt, besonders da die auf jeder Seite in der ersten Verticalreihe roth gewählten Zahlen, die ohnehin Abends bei Licht für schwache Augen nicht viel taugen, mit jenen der schwarzen öfters nicht in gerader Linie stehen, wie wirklich der Fall vorkommt auf den Seiten 13, 25, 31, 36, 38, 40. Hier kann also wahrhaft der Ruhepunkt für Auge und Gedächtniß verloren gehen, den der Verfasser in seiner Einleitung anführt. Man muß also, um hier sicher zu gehen, jedesmal die Reihen abzählen, um zu sehen, ob man auf die wahre Reihe gekommen ist.

3) Kommen in diesen Tafeln, wer sollte sich's vorstellen, mehr wie 500 Fehler vor, besonders da der Verfasser glaubt, so wie er sich Seite 14 ausdrückt, nach einer sehr sorgfältigen Revision sicher behaupten zu können, daß, außer den angezeigten, sich in der Tafel A und B keine Druckfehler befinden. Sollten aber dennoch solche gefunden werden, so verbindet er sich, für jeden Fehler ein Freiexemplar zu geben.

II. Aus obigen drei Posten folgt hinlänglich, daß durch des Verfassers Tafeln die meinigen nicht entbehrlich gemacht werden können. Was nun die vielen Druckfehler betrifft, so könnte ich, nach meiner Ansicht, mit allem Recht auf 500 Exemplare Anspruch machen, wogegen den Verfasser auch die feinste Vertheidigung seines Sachwalters nicht schützen könnte. Allein fern sey jeder Gedanke von Groll, auch nur ein Exem-

plar begehren zu wollen, obgleich ich glaube, daß derselbe meine Tafeln unglimpflich behandelt hatte.

III. Diese 500 Fehler rühren nämlich nur von 5 Druckfehlern her, die gerade an einem Orte stehen blieben, wo sie hätten am meisten vermieden werden können. Sie sind nun folgende: In dem Ausschlageblatt linker Hand bei der in erster Verticalreihe stehenden Zahl 21 ist die in zweiter Reihe stehende Zahl 60 unrecht und soll 10 seyn. In der vierten Reihe steht die Zahl 10 und soll 60 seyn.

Bei 25 steht in vierter Reihe die Zahl 16 statt 06.

Bei 47 steht in zweiter Reihe die Zahl 42 statt 52 und in der vierten Reihe die Zahl 92 statt 02.

Obgleich diese Fehler weiter keinen so bedeutenden Einfluß auf die Produkte zweier Zahlen haben, so sind es doch allemal Fehler, und man bekommt die Produkte nicht rein, wie es seyn sollte. Da nun jeder dieser Fehler in dem Ausschlageblatt 100 fehlerhafte 1/4 Quadratzahlen verursacht (jeder dieser Fehler kommt auf jeder Seite 5 mal vor. Nun sind es 20 dergleichen Seiten, folglich 100 Fehler), so müssen diese 5 Fehler 500 unrichtige 1/4 Quadratzahlen veranlassen.

IV. Ich dachte bei dem Auffinden dieser Fehler in den Ausschlageblättern: wenn sich an diesem Orte welche vorgefunden haben, die man doch am leichtesten hätte finden können, so ist es wahrscheinlich, daß vielleicht in den Tafeln selbst noch mehrere Fehler vorkommen. Ich stellte nun an einigen Orten Prüfungen an, und habe dabei noch mehrere Fehler, die der Verfasser nicht angezeigt hat, gefunden. Nämlich:

Seite 26 bei 12902 steht 144 statt 154.

Seite 28 bei 13230 steht 537582 statt 437582.

Seite 31 bei 14579 steht 131368 statt 531368.

Da man nun dadurch schon schüchtern gemacht ist, weil diese Fehler zu bedeutenden unrichtigen Berechnungen Anlaß geben, und man daher den Gedanken nicht unterdrücken kann: daß wenn solche Fehler in den Tafeln vorkommen, die man so leicht hätte wahrnehmen können, so läßt sich vermuthen, daß noch mehrere derselben darin enthalten seyn mögen. Es wäre daher zu wünschen, daß der Verfasser nochmals eine genaue Revision mit seinen Tafeln vornehmen würde.

V. Ganz richtig bemerkt der Verfasser, daß Hülfstafeln den möglich kleinsten Raum einnehmen müssen, wodurch das Aufsuchen der Zahlen erleichtert und auch der Preis des Werks nicht vertheuert wird. Darum werden gedrängte Tafeln dem Geschäftsmann stets willkommen seyn. Ich glaube aber unter die gedrängten Hülfstafeln auch die meinigen rechnen zu dürfen, weil sie nur aus 80 Seiten bestehen, folglich nur doppelt so viel Seiten haben, als die Tafeln des Verfassers besitzen (diese Gedrängtheit hat derselbe bloß durch seine Ausschlageblätter erhalten können), und weil auf der Seite 82 meiner Tafeln einige Mittel angegeben sind, womit man die ¼ Quadratzahlen sehr schnell aufsuchen kann. Da nun der Preis der Tafeln des Verfassers nur um 40 kr. geringer ist, als jener von meinen Tafeln (die Tafeln des Verfassers kosten 1 fl. 20 kr., die meinigen aber 2 fl.), so wird man diesen kleinen Unterschied nicht achten, weil man, nach den meinigen, wie oben erwiesen, schneller rechnen kann, und dabei nicht so sehr dem Fehlen ausgesetzt ist. Uebrigens kann man, was des Verfassers Einleitung betrifft, solche für eine gut geschriebene erklären, indem Alles mit Gründlichkeit durchgeführt ist.

§. 42.

I. Da der Verfasser in seine Vorrede Seite 13 anführt, daß schon Ludolph 1690 diese Rechnungsart bekannt machte, und sie schon Euklid kannte, auch jetzt fast in allen Elementarbüchern der Mathematik anzutreffen sey, so veranlaßt mich dieses, zu erklären, daß mir der Gedanke aus obigen zwei Werken nicht bekannt war, sondern daß ich durch eigenes Nachdenken auf die (§. 34, I.) gegebene Formel $ab = \frac{1}{4}(a + b)^2 - \frac{1}{4}(a - b)^2$ kam. Ich glaubte mithin, da mir diese Formel bisher immer fremd blieb, mich für den ersten Erfinder dieser Rechnungsart halten zu können. Ich wurde noch mehr darin bestärkt, weil ich alle meine und noch andere Bücher durchsuchte und nirgends etwas Aehnliches von dieser Formel erblickte.

II. Wie ich eigentlich auf diese Formel kam, werde ich nun anführen, woran man erkennen wird, daß mein anhaltendes Nachdenken mich endlich zu diesem glücklichen Resultat führen mußte.

Als ich mich lange mit dem Gegenstand beschäftigt hatte, um eine Erleichterung in der Multiplication aufzufinden, so wie ich mir sie dachte, einfach, leicht und dabei doch in gedrängter Kürze, ohne dadurch der Genauigkeit zu schaden, so gab ich beinahe die Hoffnung auf, indem es mir fast unmöglich zu seyn schien, all dieses beisammen vereinigt anzutreffen. Ich durchsuchte die Lehrbücher von Kästner und jene von andern Mathematikern, um vielleicht durch sie auf neue Wege zu gelangen. Ich war aber nirgends so glücklich, etwas dieser Art zu finden. Es kamen mir zwar abgekürzte Multiplicationsbeispiele genug zu Gesicht, allein es mußte dabei doch immer multiplicirt werden, welches ich ja eben ganz zu vermeiden suchen wollte. Bei diesem Durchblättern mehrerer Lehrbücher machten mich vorzüglich die allgebraischen Formeln, die man daselbst häufig findet, aufmerksam. Mir waren zwar diese Formeln, ehe ich dachte, einer erleichterten Multiplication nachspüren zu wollen, schon hinlänglich bekannt, allein es war noch nicht der rechte Zeitpunkt erschienen, wo mich diese Formeln noch mehr in Anspruch nehmen sollten. Jetzt aber war es anders. Wenn man nämlich im Nachdenken über einen gewissen Gegenstand begriffen ist, so bleibt auch jedes geringfügig Scheinende nicht unbemerkt, welches man herbeizieht, in der Meinung, vielleicht etwas Nützliches daran zu entdecken. So war es auch hier, als ich diese Formeln vor mir sah. Es fiel mir nicht schwer, an manchen derselben etwas Brauchbares wahrzunehmen. Man betrachte nur jene, wegen ihres Nutzens schon lange bekannte, Formel $a^2 + 2ab + b^2$, welche durch die Multiplication von $(a + b) \cdot (a + b)$ entspringt, so mußte ich höchst erfreut seyn, so viel Wahrheit daran zu entdecken, wobei ich glaubte, endlich einmal das lang Ersehnte gefunden zu haben. Denn denkt man sich in a und b zwei beliebige Zahlen, so ist im Quadrat der Summe beider Zahlen das Quadrat von a, jenes von b und das doppelte Produkt aus a in b enthalten. Man darf also nur beide kleinere Quadrate vom Quadrat der Summe abziehen und den Rest halbiren, so erhält man das Produkt zweier Zahlen. Ist also $a = 12$, $b = 8$, so ist die Summe $= 20$ und ihr Quadrat $= 400$. Zieht man davon die zwei kleinen Quadrate

$a^2 = 144$ und $b^2 = 64$ ab und halbirt den Rest, so erhält man 96 als reines Produkt von 12×8. Ist man also mit Quadratzahlen versehen, so kann man wirklich das Produkt zweier Zahlen ohne Multiplication finden.

III. Obige Resultate gaben mir nun Anlaß, die Lehrbücher von Neuem zu durchsuchen, ob dieses Verfahren etwa schon bekannt sey. Ich fand nirgends etwas davon, außer in Leonhard Euler's vollständiger Anleitung zur niederen und höheren Algebra, von Joh. Phil. Grüson, Berlin 1796. In dem ersten Theil, Seite 60, heißt es in der Anmerkung: „Wir haben sehr vollständige Tafeln für die Quadrate der „natürlichen Zahlen unter dem Titel: Tetragonometria tabu„laria etc. auctore I. Jobo Ludolfo. Amstelodami 1690. 4. „Diese Tafeln enthalten die Quadrate von allen Zahlen von „1 bis 100000. In der Einleitung werden verschiedene An„wendungen dieser Tafeln gezeigt, unter andern auch die Pro„dukte von jeden zwei Faktoren zu finden, die kleiner als „100000 sind. Von diesem Werke besitze ich, außer der ge„nannten Ausgabe, noch folgende zwei: Erffordiae 1709 und „Jenae 1712."

Ich konnte also nicht anders denken, als daß Ludolph diese Art schon wußte, und daß er seine Verfahrungsart etwa auf die Formel $a^2 + 2ab + b^2$ gegründet hatte. Da ich nun die Möglichkeit vor Augen sah, daß mittelst Quadrattafeln die Produkte zweier Zahlen ohne Multiplication gefunden werden können, so stieg auch bei mir die Hoffnung, daß vielleicht noch eine einfachere Art möglich wäre, weil mir das dreimalige Aufsuchen in den Tafeln nicht gefallen wollte. Ich hielt mich nun fest an diesen Gedanken und untersuchte die hier folgenden drei Formeln:

1) $(a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$
2) $(a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$
3) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Damit machte ich nun fernere Versuche. Ich addirte je zwei dieser Formeln und erhielt folgende Resultate:

1 und 2) $\frac{2a^2 + 2b^2}{2} = a^2 + b^2$

1 und 3) $\frac{2a^2 + 2ab}{2} = a^2 + ab$

2 und 3) $\frac{2a^2 - 2ab}{2} = a^2 - ab$

Hieran konnte ich nun nichts Vortheilhaftes wahrnehmen, und wollte ich eine nochmalige Zusammenstellung vornehmen, so war vorauszusehen, daß auch dabei nichts Brauchbares zum Vorschein käme. Ich legte nun das Ganze bei Seite und dachte, wenn es nicht anders ist, so bleibe ich bei dem Resultate der ersten Formel $a^2 + 2ab + b^2$ stehen und suche mir daraus ein brauchbares Hülfsmittel zu verschaffen.

IV. Nach Verlauf von etwa 14 Tagen nahm ich diese Formeln wieder zur Hand, und da ich dabei weiter nichts Neues entdeckte, so bestärkte mich dies immer noch mehr, bei der ersten Formel zu bleiben. Doch dachte ich: habe ich die Formeln addirt, so kann ich sie ja auch einmal von einander abziehen, welches noch nicht geschehen ist. Ich fand nun bei'm Abziehen der zweiten Formel von der ersten das glückliche Resultat, welches mir unbeschreiblich wohl gefiel, weil ich in dem Rest 4ab plötzlich ein viermal größeres Produkt vor mir erblickte, welches ich anfänglich nicht glauben wollte, weil ich dachte, es könne vielleicht ein Fehler im Rechnen vorgefallen seyn. Da ich aber Alles ganz richtig fand und also nur noch eine kleine Division mit der Ziffer 4 zu verrichten war, so dachte ich: es ist vielleicht möglich, auch diese, obgleich kleine, Division zu beseitigen. Ich sann also auch darüber nach, und da ich schon früher (II) darauf gekommen bin, daß man sich bei dergleichen Rechnungsarten der Quadratzahlen bedienen könne, und mir in obigem Rest ein viermal größeres Produkt übrig blieb, so fiel es mir endlich ein, daß man die dabei nöthige Division durch die ¼ Quadratzahlen wegbringen könne, wobei ich nun den Gegenstand ganz erschöpft zu haben glaubte.

V. Obiges ist nun die ganze Geschichte von der Erfindung dieser Rechnungsart gewesen. Ich kannte kein anderes Mittel, das mich hätte auf den Gedanken bringen können, als die oben (III) angeführte drei Formeln, denen ich diese Erfindung allein zu verdanken habe. Bei'm Anblick derselben konnte mir manches Nützliche daran nicht entgehen, wie schon

(II) angeführt wurde. Wenn man nun einmal auf der Spur ist, dann wächst der Eifer im Nachforschen ungemein. So ist es mir auch hier gegangen. Es war vielleicht gut, daß ich anfangs auf so viele Schwierigkeiten gekommen bin, und daß ich so wenig Befriedigendes über diesen Gegenstand in den Lehrbüchern fand. Dieses reizte mein Nachforschen um so mehr, so daß ich am Ende mit einer Erfindung belohnt wurde, die man (§. 40) für das beste bisher erschienene Hülfsmittel bei Multiplicationsbeispielen anerkannt hatte. Da nun der Verfasser in der oben (I) erwähnten Vorrede anführt, daß diese Verfahrungsart schon Ludolph kannte, so muß ich dieses aus gewissen Gründen sehr bezweifeln, weil in den (§. 40) angeführten vier Recensionen meiner Tafeln nicht das Mindeste davon vorkommt. Der Recensent in der Leipziger Literaturzeitung führt zwar die Ludolph'schen Quadrattafeln an, allein daraus folgt noch nicht, daß auch Ludolph meine Verfahrungsart kannte. Wenn Recensent die Ludolph'schen Quadrattafeln wirklich kannte, so hätte er gewiß auch erwähnt, daß meine Verfahrungsart nicht neu sey. Und hatte er diese Tafeln nicht gekannt, so mußte man doch gewiß Ludolph's Verfahrungsart irgendwo angeführt finden, das mir aber noch nirgends zu Gesicht kam. Ich glaube daher so lange, bis ich vom Gegentheil überwiesen bin, daß Ludolph das Verfahren, das Produkt zweier Zahlen aus ihrer Summe und Differenz herzuleiten, nicht gekannt hatte, sondern daß sich dessen Verfahrungsart eher auf die Formel $a^2 + 2ab + b^2$ gründen mag. Denn sonst müßte man gewiß den Nutzen jener Formel, worauf sich meine Rechnungsart gründet, in den geometrischen Lehrbüchern, an der Stelle, wo sich diese Formeln befinden, angeführt gefunden haben, wovon aber nirgends eine Spur anzutreffen ist. So sind z. B. in Kästner's Anfangsgründen der Arithmetik rc., Seite 84, die drei Formeln angegeben:

$a^2 + 2ab + b^2$

$a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2$

Bei der ersten Formel heißt es, daß sie weiter unten gebraucht wird. Dies geschieht nun bekanntlich bei Ausziehung der Quadratwurzel. Von der letztern sagt Kästner: daß sie

zeige, „wie bequem diese Rechnung ist, allgemeine Lehrsätze „zu finden und kurz auszudrücken. Es heißt nämlich: die „Summe zwoer Zahlen mit ihrer Differenz multiplicirt, gibt „die Differenz ihrer Quadrate. Z. E. 17. 3 = 51 = „$10^2 - 7^2$."

Von der zweiten Formel $a^2 - 2ab + b^2$ schweigt Kästner ganz. Er zeigt also nicht, welchen Vortheil man erhält, wenn man sie von der ersten Formel abzieht. Dieser Vortheil ist aber offenbar wichtiger als jener, den Kästner aus der dritten Formel herleitet. Ich ziehe also hieraus den Schluß, daß dieser große Vortheil im Rechnen Kästnern unbekannt war, sonst würde er ihn gewiß an jener Stelle, Seite 84, seines Lehrbuchs erwähnt und die Formel $ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$ angeführt haben.

VI. Eben dieselbe Bewandniß hat es auch bei der (III) erwähnten Euler'schen Anleitung im ersten Theil, §. 269, wo von der Subtraction die Rede ist und die Formel $a^2 - ab + b^2$ von $a^2 + ab + b^2$ abgezogen wird, wobei der Rest $2ab$ bleibt. Wie leicht hätte man dabei auf den Gedanken gerathen können, auch die zwei Formeln $a^2 - 2ab + b^2$ und $a^2 + 2ab + b^2$, welche mit obigen beinahe übereinstimmend sind, von einander abzuziehen, wobei man den Rest $4ab$ erhalten hätte, der dann leicht hätte auf den Gedanken führen können, ihn bei Multiplicationen anzuwenden.

Eben so kommt in §§. 275, 276 die Formel $a^2 - b^2$, wie bei Kästner, vor, mit derselben Bemerkung, die (V) auch Kästner machte. Da nun (III) Grüson Ludolph's Quadrattafeln dreifach in Besitz hat, und er Euler's Anleitung zur Algebra mit mehreren vortrefflichen Zusätzen bereichert hatte, so läßt sich vermuthen, daß er an der einschlägigen Stelle gewiß bemerkt hätte, der Unterschied dieser Formeln seye derjenige, worauf Ludolph seine Rechnungsart gründet. Da nun Grüson keine Bemerkung hierüber beifügte, so scheint es allerdings, daß er den Vortheil im Rechnen, den er in seiner Vorrede zu Centnerschwer's Multiplicationstafeln bestätigte, im Jahr 1796, wo er (III) Euler's Anleitung herausgab, noch unbekannt gewesen seyn mag.

VII. So fand ich auch in Wolf's erstem Theil der Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften, Wien 1763, Seite 61, Folgendes:

„Es hat diese Art, ohne das Einmal Eins zu rech-„nen, schon vor langer Zeit Herr Ludolff, unlängst Professor „Mathematum zu Erfurt, ersonnen, als einem seiner Zuhörer „das Einmal Eins nicht in den Kopf wollte, und sie nach „der Zeit mit gutem Fortgange in den Erfurtischen Schulen „als Inspector über dieselben einführen lassen. Als er sie „mir mündlich communiciret, hat er mich versichert, daß Hu-„genius sie selbst gebilliget, als er bei dessen Leben in Haag „unter andern mathematischen Discursen auch von dieser seiner „Rechnungsart mit ihm gesprochen."

Dieses betrifft aber einen andern Gegenstand, nämlich nach einer kleinen Tabelle zu rechnen, die man sich bei'm jedesmaligen Gebrauch des Multiplicirens oder Dividirens leicht verfertigen kann, und wovon die, in manchen Fällen sehr nützliche, Verfahrungsart z. B. in Joseph Spengler's Anfangsgründen der Rechenkunst und Algebra (5te, mit einigen Anmerkungen vermehrte, Auflage. Augsburg 1789, Seite 24) und noch in mehreren Rechenbüchern vorkommt. Diese Rechnungsart hat also gar keine Aehnlichkeit mit jener, die Ludolph mit seinen Quadrattafeln aufstellt. Doch glaubte ich, da Wolf Ludolph's ersonnene Rechnungsart erwähnt, so würde er vielleicht bei einer anderen Gelegenheit auch Etwas von dem Verfahren anführen, wie Ludolph mit Hülfe seiner Quadrattafeln das Produkt zweier Zahlen ohne Multiplication erhält, allein ich fand Nichts hierüber.

VIII. Aus all Diesem sieht man, daß ich mir, meistens durch Herrn C. veranlaßt, schon sehr viele Mühe gab, Ludolph's Verfahrungsart zu Gesicht zu bekommen, allein immer vergebens. Die Herausgabe dieses Werkes fällt gerade in den Zeitpunkt der Verheerung der ganzen Pfalz durch die Franzosen. *) Es ist also wahrscheinlich, daß in den darauf

---

*) Aus dem kurpfälzischen Geschichtskalender. Mannheim 1789, Seite 136. „Den 28. Jänner 1689 verbrannten die Franzosen „die Dörfer Rohrbach, Leimen, Nußloch, Wißloch, Kirchheim,

folgenden schlechten Zeiten kein Exemplar von diesen Tafeln für die Heidelberger Universitätsbibliothek ist angeschafft worden.

Der Verfasser, der sich in Berlin befindet und in Berührung mit Grüson steht, der (III) Ludolph's Tafeln dreifach besitzt, hätte am besten gethan, wenn er sich hierüber bestimmter ausgedrückt hätte. Würde er z. B. die Formel, worauf sich Ludolph's Rechnungsart gründet, wirklich angegeben haben, so wäre ich gleich überzeugt worden, ob ich mich für den ersten Erfinder dieser Rechnungsart halten kann oder nicht. Ferner sagt er in seiner Vorrede, wie schon oben (I) erwähnt, daß diese Verfahrungsart jetzt fast in allen Elementarbüchern der Mathematik anzutreffen seye. Sind wirklich dergleichen Bücher, wovon er doch einige hätte nennen können, vorhanden, so glaube ich, daß sie im Jahr 1817 und noch früher nicht im Druck erschienen waren, und daß ich mich also so lange, bis ich vom Gegentheil überzeugt bin, für den ersten Erfinder dieser Rechnungsart ansehen kann, nämlich aus den Quadraten der Summe und Differenz zweier Zahlen das Produkt herzuleiten, welches mich um so mehr

---

« Bruchhausen, Eppelnheim, Wiblingen, Edingen und Neckar« hausen. Den 2. Hornung den Ort Handschuchsheim. »

« 16. Hornung sprengten sie das Schloß und den dicken Thurm « zu Heidelberg, hernach die Brücke über den Neckar, und zün« deten die Stadt an. Dann »

« 6. März die Stadt Mannheim, schleiften die Festungswerke « von Friedrichsburg, schlugen alle Gewölber ein, und verwan« delten die ganze Stadt in einen Steinhaufen. »

Ferner heißt es Seite 138. « Den 2. Sept. 1690 starb Kuhr« fürst Philipp Wilhelm, der erste Kuhrfürst aus dem Neu« burgischen Stamme, zu Wien. Kam im 70sten Jahre seines « Alters an die Regierung, führte den Wahlspruch: Tandem gra« datim. Wegen der orleanischen Anforderung war seine Regie« rung unglücklich. Die Franzosen fielen schon 1686 in die Pfalz, « und bemeisterten sich der mehresten Ortschaften, verheerten durch « Feuer und Schwert 1688 und 1689 die ganze Pfalz auf die grau« samste Art. Während diesem verderblichen Krieg hielt sich der « Kuhrfürst meistentheils zu Düsseldorf oder Wien auf, und hatte « also von seinen Kuhrlanden wenig Freude noch Nutzen. »

bestärkt, weil in den (§. 40) erwähnten vier Recensionen auf kein früheres Bekanntseyn dieser Rechnungsart hingewiesen wurde.

Sollte man übrigens meine Rechnungsart schon früher gekannt haben, so hat man doch gewiß vor dem Jahr 1817 noch nichts von der Rechnung mit ¼ Quadratzahlen gewußt, indem man sie in älteren Lehrbüchern nirgends antrifft. Also die Rechnung mit ¼ Quadratzahlen glaube ich doch zuerst gefunden zu haben.

Ich bin übrigens nicht, wie man etwa glauben möchte, so sehr dafür eingenommen, mich für den ersten Erfinder dieser Rechnungsart anzusehen. Hätte Herr C. nicht die Veranlassung gegeben, so würde ich die Art und Weise, wie ich allmählig auf die Erfindung gekommen bin, nicht angeführt haben, welches ich also nur zu meiner Rechtfertigung thun mußte. Wenn daher derselbe (§. 41, I) hofft, für den ersten Erfinder zu gelten, so würde ich ihn gern dafür halten, wenn nur einiger Grund dazu vorhanden wäre. Denn ich freue mich eigentlich nur darüber, wenn ich mich durch meine Arbeiten nützlich machen kann.

Vortheilhafte, für die Landescultur höchst wichtige Feldeintheilung.

§. 43.

I. Von dieser Feldeintheilung wird eigentlich hier nur in Kürze Dasjenige berührt, was mich zuerst auf den Gedanken brachte, wie nämlich ein so wichtiger Gegenstand der Landescultur zur Zufriedenheit der Betheiligten ausgeführt werden könne, wobei ich einige meiner früheren Geschäfte anführen werde, bei welchen eine Ausübung obiger Art theils nur wenig, theils aber auch gar nicht zu Stande kam. Ausführlicher werde ich mich jedoch hierüber bei einer anderen schicklichen Gelegenheit äußern. — Der erste Gedanke also zu einer besseren Feldeintheilung kam mir etwa im Jahr 1802, als ich mich noch bei meinem Lehrer befand.

Man mußte nämlich sehr oft lange Umwege über andere

Aecker machen, um zu jenen zu gelangen, die gemessen werden sollten. Da dachte ich: warum ziehen solche Aecker nicht auf Wege; sie müssen ja höchst beschwerlich bei'm Einbauen seyn, ohne den Schaden zu rechnen, der sich oftmals durch das Befahren über andere Aecker ergibt. Auch fand ich es auffallend, in Ansehung der Aecker selbst, eine so große Ungleichheit wahrzunehmen. Ich sah lange und kurze Aecker; dann wiederum mehrere, die krumm oder an ihren beiden Enden ungleich breit waren. Eben so fand ich Schlüsselstücke, Anwender (Einwender) ꝛc. all dieses oftmals in einem kleinen Flächenraum beisammen liegen, wozu noch überdieß gar kein Weg führte. Wäre es da nicht möglich, dachte ich, eine weit bessere Einrichtung zu treffen? — Der Gedanke beschäftigte mich also damals schon, wenn ich einmal als praktischer Geometer angestellt seye, den Versuch zu machen und eine solche nützliche Feldeintheilung, wenn sich die Gelegenheit dazu darbieten würde, auch in Ausführung zu bringen. Dieß konnte nun auch einigermaßen im Jahr 1809 zu Reilingen, bei der Renovation vor dem Ort und im Jahr 1811 noch daselbst bei der Renovation des kleinen- und Herdtenfeldes, geschehen. Bei diesen beiden Renovationen, über die ich späterhin die Lagerbücher und Flurpläne ausfertigte, kam ich auf den Gedanken, Gewannen auf dem Felde fertig zu machen, mit Steinen zu begränzen und solche dann mit so viel Aecker auszufüllen, als hinein gingen, welches Verfahren ich eilf Jahre später bei einer Vermessung zu Seckenheim in einem weit höheren Grade ausgeführt habe.

II. Zu der Vermessung und Feldeintheilung zu Reilingen hat der thätige, unermüdliche Ortsvorstand, Herr Vogt Eichhorn daselbst, und noch viele andere wackere Männer aus der Gemeinde sehr viel beigetragen, weil sie die übrigen Betheiligten, durch vernünftige Vorstellungen, zur Einwilligung einer besseren Eintheilung ihrer Felder zu bringen gesucht haben, welches mir mein Geschäft sehr erleichterte und wofür ich denselben meinen vollen Dank bezeige.

III. An diesen Verbesserungen in Reilingen konnte ich erkennen, daß es hauptsächlich auf die Begüterten selbst ankomme, wenn ihre Felder besser und zweckmäßiger eingetheilt

werden sollen, und daß man also nicht gerade allemal dem Geometer die Schuld geben darf, wenn eine solche Feldeintheilung nicht nach Wunsch ausgefallen ist. Ein solches Beispiel kann ich leider selbst anführen. Ich hatte nämlich die drei Heidelberger Felder zu renoviren gehabt, die ich im Spätjahr 1810 anfing. Sie enthielten zusammen, die durchziehenden Wege nicht mitgerechnet, einen Flächeninhalt von 2005 Morgen. Wie nützlich hätte man dabei zu Werke gehen können, wenn die Hauptgrundlagen besser gewählt gewesen wären. So aber waren mir die Hände gebunden und ich konnte bei der Ausführung nicht handeln, wie ich wollte. Vielleicht fürchtete man sich vor allzugroßen Veränderungen, indem man glaubte, auf Schwierigkeiten zu stoßen, die nicht zu beseitigen wären. Auch sollte das Ganze nicht so viele Kosten verursachen. Was war aber das ganze Resultat von dieser Vermessung? daß die Kosten sich höher beliefen, als man sich anfänglich vorgestellt hatte, und daß man dafür etwas weit Besseres hätte machen können, als jetzt besteht, wobei beinahe Alles in seinem vorigen alten Zustand blieb. Denn von mehr wie 2100 Aecker befinden sich jetzt auch mehr wie 800 Aecker, welche auf keinen Weg ziehen. Wie viel dadurch beschädigt wird, um manchmal auf diese Aecker zu kommen, und wie sehr auch die Bauart dadurch gehemmt wird, kann man sich leicht vorstellen. Auch blieben mehr wie 220 Anwender und eine Menge Schlüsselstücke und andere, theils krumme, theils ungleiche Aecker, die man alle hätte beseitigen können.

Man darf nicht dem Feldgericht die Schuld geben; denn dasselbe eiferte gleich anfangs dagegen und äußerte sich oft, daß wenn man keine weitere Veränderung in der Feldeintheilung vornehmen wolle, so solle man lieber ein solches kostspieliges Renovationsgeschäft unterlassen, weil die Grenzen der Aecker noch meistens mit Steinen versehen waren. Allein man achtete nicht darauf, und das Geschäft wurde, wie es nun einmal beschlossen war, angefangen.

VI. Daß an diesem wichtigen Gegenstande der Landwirthschaft, der uns so nahe liegt, dessen Gebrechen wir täglich vor Augen haben, und uns immer darüber beklagen, in

der That aber am wenigsten Hand angelegt wird, um diesem vielfältigen Uebel zu steuern, ist eine allzubekannte Sache. In Reilingen machte ich, wie bereits schon oben erwähnt wurde, die ersten Versuche zu einer besseren Feldeintheilung, welche glücklich und zur vollen Zufriedenheit der Betheiligten ausgefallen sind. Doch sollten späterhin Versuche dieser Art noch fruchtbarer ausfallen. Dieß geschah nun zu Seckenheim bei Mannheim und zwar in einem solchen Grade, daß nicht nur die Gemeinde Seckenheim ihre große Zufriedenheit darüber bezeigte, sondern daß diese Feldeintheilung auch vom In- und Auslande für höchst nützlich anerkannt und mit dem größten Beifall aufgenommen wurde.

Bei diesem Geschäft hatte ich das Glück, an dem Ortsvorstand zu Seckenheim, Herrn Vogt Körner, einen Mann zu finden, der mit ausgezeichneter Einsicht ein lebhaftes Interesse verbindet — nicht nur an Allem, was für die ihm untergebene Gemeinde, sondern auch an Dem, was in weiterer Beziehung von Nutzen seyn kann. Seiner kräftigen Unterstützung sowohl, als auch dem lobenswerthen Eifer mehrerer dortiger braver Männer, die bei dem Geschäft mitwirkten, habe ich es größtentheils zu danken, daß dasselbe nach meinem Plan zu Stande gebracht wurde.

V. Als die Feldeintheilung beendigt war, und ich mich von der Nützlichkeit dieses wichtigen Gegenstandes überzeugt hatte, so entschloß ich mich, eine Abhandlung über die ganze Verfahrungsart, die während dieser Vermessung Statt fand, zu schreiben, worin ausführlich gezeigt wird, daß man an allen Orten, wo sich unordentliche Feldeintheilungen befinden, und die leider nur zu häufig sind, eben so zu Werke gehen könne. Dazu werden nicht einmal kostbare Meßinstrumente, die sich nicht Jedermann so leicht anschaffen kann, erfordert, sondern das Ganze kann mit einer gewöhnlichen hölzernen Kreuzscheibe, welches Instrument jedem Sachkenner bekannt ist, mit der größten geometrischen Genauigkeit und auf eine sehr leichte Art zu Stande gebracht werden. Da nun Herr Vogt Körner die Gefälligkeit hatte, eine kurze geschichtliche Darstellung, die Veranlassung zu einer Renovation und bessere Eintheilung des Feldes allda, betreffend, dazu zu liefern,

worin die Wege bezeichnet sind, die derselbe einschlug, um die Gemeinde zu einem solchen Vorhaben zu stimmen, so wird diese gründlich geschriebene, und so reichhaltig an Sachkenntniß versehene, geschichtliche Darstellung gewiß jeder Ortsgemeinde und jedem Gutsbesitzer und Sachverständigen angenehm zu lesen seyn. Es ist daher diese Abhandlung *) nicht nur für Geometer bestimmt, sondern sie kann auch noch für mehrere Andere brauchbar seyn.

Darstellung der Vortheile, welche aus der Seckenheimer Feldeintheilung hervorgingen.

§. 44.

Man denke sich einen Felddistrikt von 229½ Morgen in 95 Gewannen eingetheilt, so wird schon der bloße Anblick der vormaligen und jetzigen Eintheilung des Feldes, welche beide Eintheilungsarten der oben erwähnten Abhandlung beigefügt sind, einen großen Unterschied darstellen. Zergliedert man nun diese Vortheile, so läßt sich Folgendes gegen einander stellen.

Bei der alten Feldeintheilung waren 95 Gewannen, nun sind deren nur 9.

Vorhin gab es 590 Aecker, jetzt sind es nur 455, folglich 135 weniger. Denn es haben mehrere Begüterte, welche zerstreut liegende Aecker in einer Gewann besaßen, solche zusammen in ein Stück bringen können. Und wäre nicht eine Beschränkung deßwegen getroffen worden, um die neuen Aecker so ziemlich in ihrer alten Lage zu belassen, so würden noch weit mehrere Stücke zusammengebracht worden seyn.

---

*) Abhandlung über Umwandlung unregelmäßiger in regelmäßig abzutheilende Felder, erläutert durch die Ausführung zu Seckenheim bei Mannheim. Ein nicht unwichtiger Beitrag zur Landescultur, folglich auch für Gemeinden und Gutsbesitzer brauchbar. Mit zwei Tafeln in Steindruck, welche die vormalige und jetzige Eintheilung darstellen. Heidelberg bei Groos. 1825.

Bei der alten Eintheilung war ein Weg von 162 Ruthen Länge, woran etwa 50 Aecker gränzten; die übrigen 540 Aecker hatten aber keine Wege; die Begüterten konnten daher nicht auf dieselben kommen, ohne sich Wege zu machen, wo es ihnen nur möglich war, wodurch natürlich großer Schaden verursacht wurde, welcher nothwendig zu unzähligen Streitigkeiten Anlaß geben mußte, wie in der, der Abhandlung vorangehenden geschichtlichen Darstellung hinlänglich erwiesen ist. Nun zieht aber jeder Acker auf einen Weg; es wird keinem Gutsbesitzer mehr ein Schaden von einem andern zugefügt und jedem desfalsigen Streit ist vorgebeugt.

Vormals waren eine Menge Anwender (Einwender) in diesem Felde. Solche Aecker, besonders wenn sie schmal sind, gehören unter die geringere Klasse, weil die Begüterten der aufstoßenden Aecker bei'm Pflügen und Eggen jedesmal auf ihnen wieder umwenden müssen. Wie sehr der Ertrag dadurch leidet, indem Vieles dabei zu Grunde geht, oder die Bestellung der Aecker oft verspätet wird, läßt sich leicht denken. Dergleichen Aecker sind daher den Begüterten wohlbekannt, weil sie in jeder Gemarkung häufig vorkommen. So waren z. B. in diesem Felde 72 solcher Anwender. Nun sind sie aber alle bis auf einen einzigen hinweggebracht. Aber auch diesen Anwender hätte man leicht beseitigen können, wodurch jedoch einige Aecker zu lang und zu schmal geworden wären.

Vormals waren sehr viele krumme Aecker, und noch mehrere, welche an ihren beiden Enden eine ungleiche Breite besaßen; eben so befanden sich mehrere Schlüsselstücke darin. Alle diese Aecker waren bei'm Pflügen und Eggen sehr anstrengend und zeitverderblich. Nun gibt es (die 10 Endäcker ausgenommen) lauter geradlaufende, wobei noch der Vortheil Statt findet, daß jeder Acker an seinen beiden Enden eine gleiche senkrechte Breite hat, wodurch vorzüglich das Pflügen ungemein erleichtert wird.

Vormals war nicht ein regelmäßiger Acker, nämlich: ein Viereck, woran die zwei gegenüberstehenden Seiten gleich groß sind. Nun gibt es 261 Aecker als regelmäßige Vierecke. Wenn daher ein Furchstein z. B. oben an einem dieser Aecker wegkommen sollte, so darf der Begüterte davon nur die un-

tere Breite nehmen, und sie oben abstecken, wo er sich den wahren Grenzpunkt wieder selbst verschaffen kann.

Vormals war jeder Begüterte in seiner Bauart gehemmt. So durfte Keiner seine Aecker z. B. mit Klee oder sonst einer Gattung von Gewächsen anbauen, wenn die neben und um ihn liegenden Aecker mit Getraide besäet waren. Nun aber kann Jeder nach Gutdünken und zu jeder Jahreszeit bauen, was er will, welches vorzüglich den Kleebau, das nothwendigste Futter in einer Landwirthschaft, befördert.

Noch verdient besonders angemerkt zu werden, daß man die neuen Aecker wiederum beiläufig in diejenige Lage zu bringen suchte, in der sie vormals als unregelmäßige Aecker gelegen sind. Ein Verfahren, welches ich zuerst ergründet zu haben glaube, und das vielleicht an das Unmögliche *) zu grenzen scheint, welches aber doch sehr leicht ausgeführt werden kann. Denn bei all den großen Veränderungen, die in diesem Felddistrikt vorgingen und von denen man sich am besten überzeugen kann, wenn man die der Abhandlung beigefügte vormalige Lage der Aecker mit der jetzigen Lage derselben vergleicht, kamen doch die neuen Aecker so zu liegen, daß die meisten Begüterten wiederum Etwas von ihrem vorigen Eigenthum bekamen oder nicht weit davon entfernt wurden.

§. 45.

Obiges waren nun die Hauptvortheile, welche aus der Seckenheimer Feldeintheilung hervorgegangen sind. Nicht ein einziger Begüterter war darüber unzufrieden. Selbst Jene, die sich anfänglich so sehr diesem Unternehmen widersetzt hat-

*) Als ich im Jahr 1825 dem Herrn Geheimen Hofrath v. Langsdorf, einem sehr berühmten und sachkundigen Gelehrten, ein Exemplar von der Abhandlung dieser Feldeintheilung überreichte, sprach er seinen Beifall darüber auf folgende Art aus: « Wenn man vor « dieser Feldeintheilung gesagt hätte, daß man die unregelmäßigen « Aecker so einrichten wolle, wie sie jetzt beschaffen sind, und doch « Niemand in Ansehung der Lage seiner Aecker geschmälert werden « sollte, so hätte man dieses für ein Hirngespinst gehalten; so « aber ist es hier erwiesen, daß ein solches Verfahren wirklich aus- « geführt werden kann. »

ten, waren nach der Feldeintheilung, als sie einmal ihre neuen Aecker zu Gesicht bekamen, in ihren Gesinnungen wie umgewendet, wovon einige Fälle in meiner Abhandlung, Seite 56, angeführt sind, und wozu noch folgende zwei hier erwähnt werden sollen. Es sagte späterhin ein solcher Gegner zum Herrn Vogt Körner: „Wenn man mir meine alten Aecker „wiederum geben wollte und noch Geld dazu, so würde ich „sie nicht mehr annehmen, so sehr bin ich mit meinen neuen „Aeckern zufrieden.“ Ferner sagte ein Anderer, der, als ich einmal, im Jahr 1826, vom Felde nach Hause ging, und er auf dem Wege zu mir kam, unter andern: „Und wenn „kein Knöchlein mehr von Ihnen vorhanden ist, so werden „die Seckenheimer immer noch von Ihnen reden, so schön „haben Sie unser Feld eingetheilt.“

Alle diese Vortheile haben sich nun die Begüterten dieses Feldes durch ihren lobenswerthen Gemeinsinn erworben. Sie mußten sie lange entbehren; nun aber können sie und ihre späten Nachkommen solche Vortheile fortgenießen, indem eine solche Einrichtung, gleich der Begründung eines Ortes, eine bleibende Dauer von mehreren Jahrhunderten hat.

Betrachtet man nun, daß in Ansehung einer besseren Feldeintheilung im Allgemeinen noch wenig für die Landescultur geschehen ist, daß in Deutschland, wo diese Cultur einen hohen Grad von Vollkommenheit erreicht hat, sich noch tausende von Ortsgemarkungen befinden, deren Felder einer besseren Eintheilung bedürften, daß man vielleicht darum am wenigsten daran denkt, weil noch, nach Verhältniß, äußerst wenig dafür ist gethan worden, und es also an Aufmunterung zur Nachahmung fehlt, so wäre es gewiß der Mühe werth, diesem wichtigen Gegenstande mehr Aufmerksamkeit zu schenken, als bisher geschehen ist, besonders da der Nutzen, der im Allgemeinen daraus entspringen würde, seiner Größe wegen, nicht zu berechnen ist. Man denke sich z. B. den großen Nutzen wohleingerichteter Landstraßen und sonstiger fahrbaren Wege, der Wasserbaukunst, der Anlegung so vieler Brücken, Kanäle u. s. w., worauf jährlich Millionen verwendet werden. Diese ungeheueren Kosten werden aber nicht gescheuet und zwar aus dem Grunde, weil die Arbeiten dafür so wohlthätig auf

das gemeine Beste wirken. Dürfte man nicht auch denjenigen Theil der Landwirthschaft, nämlich eine bessere Feldeintheilung, unter die wohlthätigen Anstalten der Menschheit rechnen, besonders da der größte Theil des Publikums dabei interessirt ist? Die unregelmäßigen Aecker bleiben sich in allen Gegenden Deutschlands und andern Ländern gleich, eben so der Mangel an zweckmäßigen Wegen in diesen Feldern. Hievon glaube ich in Folgendem ein triftiges Beispiel geben zu können, wobei sich Jedermann auf eine sehr leichte Art selbst überzeugen kann. Seye nämlich Einer ein Landmann oder seye er keiner; besitze er landwirthschaftliche Kenntnisse oder nicht, wenn er nur über nützliche Gegenstände vernünftige Betrachtungen anstellen kann; befinde er sich endlich in- oder außerhalb Deutschland, so begebe er sich einmal in die, zu seinem Wohnort gehörige, Feldflur und betrachte die Lage der Aecker, so wird er sich über die große Unordnung wundern, die er meistens daselbst erblickt. Verfolgt er nun seinen Gegenstand in Gedanken weiter, so steigt seine Verwunderung, in Betracht der Mühseligkeit, mit der die Eigenthümer auf Kreuz- und Querzügen, unter Verletzung des nachbarlichen Grundes und Bodens, auf ihr Gut und eben so zurückfahren, und in Betracht, wie beschwerlich und zeitverderblich überhaupt das Pflügen bei unregelmäßigen Stücken ist, wie viele Anwender sich oft in einem Felde vorfinden, wie viele Gewächse, wegen Mangel an zweckmäßigen Wegen, jedes Jahr zu Grunde gehen, wie unzählig viele Zänkereien und Klagen sich ergeben, wie auch nicht einmal jeder Eigenthümer auf seinem Gute zu jeder Zeit bauen darf, was ihm am nützlichsten scheint u. s. w., so wird sich bei jedem Beobachter nothwendig die Frage aufdringen: können denn in unserer Zeit, wo so viele Verbesserungen aller Art gemacht werden, an einem so wichtigen Gegenstande der Landwirthschaft nicht ebenfalls Verbesserungen möglich seyn, um all' diesen Uebelstand zu beseitigen?

Daß nun dieser Uebelstand beseitigt werden könne, ist zu Seckenheim, wo er in einem hohen Grade herrschte, hinlänglich bewiesen worden, woraus nun klar hervorgeht, daß man auch an andern Orten eben so verfahren könne, und daß man überall gleichen Vortheil genießen würde, wenn nur mehr

Gemeinsinn vorhanden wäre. Es können daher die bekannten Schwierigkeiten bei einem solchen Unternehmen leicht beseitigt werden, wenn die Begüterten ihre Einwilligung dazu geben. Ist z. B. von der verschiedenen Lage des Bodens die Rede, so ist in meiner Abhandlung gezeigt, wie die Begüterten hierin hinlänglich befriedigt werden können. Hat indessen ein Begüterter seinen Acker durch fleißiges Düngen in einen bessern Zustand versetzt, und glaubt er, daß er ihn bei der neuen Eintheilung entweder ganz oder zum Theil verlieren könne, so bedenke er nur, daß er andere Vortheile dafür erhalten würde, die er lange entbehren mußte, und daß er seinen neuen Acker durch öfteres Düngen bald wieder in denselben guten Zustand würde versetzt haben, worin der vorige gewesen war. Ferner daß er, bei allen noch so großen Veränderungen, die geschehen, doch immer wieder Etwas von seinem vorigen Acker erhalten kann, mithin würde der neue Acker gegen den vorigen alten ungemein viel gewonnen haben.

Was mich vorzüglich bewogen hat, eine Abhandlung über diese Feldeintheilung herauszugeben, war, daß ich nirgends ein Buch fand, worin dieser Gegenstand besonders vorgekommen wäre. obgleich man eine kleine Bibliothek von Werken zusammenbringen könnte, welche nur allein von der Landwirthschaft handeln. Es sind zwar vortreffliche Werke über Güterarrondirungen vorhanden, allein es ist nicht zu läugnen, daß dieselben nicht überall Eingang finden, weil sie einen andern Gegenstand betreffen, und z. B. wenige Begüterte in unserer Gegend so bedeutende Güterstücke besitzen, daß sie, als ein zusammenhängendes Ganzes, eine besondere kleine Gemarkung, wenn man sich so ausdrücken darf, bilden können, der Schwierigkeiten nicht zu gedenken, auf die man nothwendigerweise kommen würde, nämlich die Genehmigung sämmtlicher Gemeindeglieder darüber einzuhohlen. Gesetzt auch, daß man sich zu Güterarrondirungen, wo sie anwendbar sind, verstehen würde, so haben sie doch keine bleibende Stätte, und sind in der Folge, wegen der anwachsenden Volksmenge, immer wieder Zerstückelungen unterworfen.

Daß übrigens Güterarrondirungen, wo sie anwendbar sind, ihren großen Nutzen haben, ist völlig richtig. Allein

wo solche wegen Mangel an Zustimmung der Begüterten oder sonst wegen anderer Umstände nicht zu Stande kommen würden, da müßte der alte Zustand der Aecker verbleiben, welches doch Schade wäre, denn es läßt sich immer noch ein Mittelweg zwischen Güterarrondirung und dem alten Zustande derselben denken, und eben dieser Mittelweg ist es, der zu Seckenheim eingeschlagen und in meiner Abhandlung ausführlich angegeben wurde, nämlich: die Gemeinden zu einer andern, gleichfalls nützlichen, Eintheilung ihrer Felder zu stimmen, wenn sie zu Arrondirungen nicht geneigt seyn sollten. Da man nun den Begüterten schon zum Voraus die Versicherung geben kann, daß sie bei einer neuen Feldeintheilung entweder wieder Etwas von ihren vorigen Aeckern erhalten, oder nicht weit davon entfernt werden, so könnte dieses, meines Erachtens, sehr viel zur Einwilligung der Begüterten beitragen, weil Jeder in seiner bisherigen Lage, so viel wie möglich, belassen, und außerdem noch viele Vortheile genießen wird, die er bei der jetzigen Bauart entbehren muß. Man sollte daher billig auf diesen wichtigen Gegenstand, der sich so leicht ausführen ließe, ein besonderes Augenmerk richten. Da nun ein verständiger und gutgesinnter Ortsvorstand das Meiste zur Stimmung der Gemeindeglieder beitragen kann, wovon jener zu Seckenheim ein sehr sprechendes und nachahmungswürdiges Beispiel gegeben hat, so wäre es wünschenswerth, daß man ihm diese schwere Bürde nicht allein überlassen möge, sondern daß er von andern braven und wackern Männern der Gemeinde, deren jede gewiß wird aufweisen können, unterstützt werden möge. Diese berathen ernstlich, wie ein solches Unternehmen ausgeführt werden könne. Nur auf solchem Wege kann es gelingen und dann das Uebrige durch den Geometer, dem nun die schwierigsten Klippen aus dem Wege geräumt sind, ausgeführt werden, weil sich weiter keine Hindernisse mehr ergeben.

Auf solche Art kam die Vermessung und Eintheilung des Mallaufeldes zu Seckenheim glücklich zu Stande, wobei das rastlose Verfahren des einsichtsvollen Ortsvorstandes, dann der wackern Gerichtsverwandten und Gemeindedeputirten nicht genug angerühmt werden kann. Aber auch die Thätigkeit der

meisten Begüterten darf, als einmal das Geschäft begonnen hatte, nicht verschwiegen bleiben. Es war nur ein Wille und die Begüterten halfen mit Freuden, wo es ihnen nur möglich gewesen ist, daher konnte ich auch dieses Geschäft als das angenehmste betrachten, welches ich in meinem Leben verrichtet hatte. Fragt man nun: warum kann nicht aller Orten so verfahren werden? Nur vereinter Wille, und man würde gewiß dieses schöne Ziel erreichen. Der gute Wille würde sich aber von selbst machen, wenn man die Betheiligten von ihrem eignen Vortheil, den sie dabei einerndten, gehörig unterrichten würde.

Noch ist zu bemerken, daß zwar schon viele Feldeintheilungen mögen geschehen seyn und auch wirklich schon geschehen sind, deren Nutzen gewiß unverkennbar bleiben wird. Ob aber bei solchen eben die Vortheile angebracht sind, wie bei der Seckenheimer Feldeintheilung, ist noch die Frage. Diese Bemerkung soll aber nicht dazu dienen, um etwa die Feldeintheilung zu Seckenheim an die Spitze aller übrigen stellen zu wollen, welches wahrhaft meine Absicht nicht ist; sondern nur dazu soll diese Bemerkung dienen, um etwa eine Vergleichung anstellen zu können: ob die Begüterten bei einer bereits geschehenen Feldeintheilung eben dieselben, oben (§. 44) angeführten, Vortheile besitzen, wie jene zu Seckenheim, oder ob bei der Seckenheimer Feldeintheilung noch Manches vorhanden ist, das hätte besser gemacht werden können, und wo also das noch daran Mangelnde bei andern Feldeintheilungen nicht Statt findet. Wenn bloß allein neue Wege angelegt wurden, so daß jeder Acker auf den Weg zieht, auch sonst die neuen Aeckern, in Vergleich der alten, eine bessere geregelte Gestalt bekamen, so ist eine solche Feldeintheilung gewiß sehr nützlich. Bei jener zu Seckenheim wurde aber noch weit mehr geleistet. Es wurden nämlich überdieß eine Menge Anwender hinweggebracht, die Aecker bekamen durchaus eine gleiche senkrechte Breite, wo also die Grenzlinien der Aecker, der Länge nach, gleichlaufend oder parallel mit einander sind. Ferner bekamen die neuen Aecker eine solche Lage, daß die Begüterten wiederum Etwas von ihren vorigen Aeckern erhielten, oder nicht weit davon entfernt wurden. Man kann daher eine solche

Feldeintheilung noch für weit nützlicher halten, weil die neuen Aecker leichter und geschwinder zu pflügen sind, und weil eine solche Feldeintheilung bei Gemeinden darum eher Eingang findet, da man den Begüterten schon zum Voraus versichern kann, daß sie größtentheils wieder etwas von ihren vormaligen Aeckern bekommen werden. Dieß scheint auch das kräftigste und wirksamste Mittel zu seyn, um die Einwilligung der Begüterten zu einer bessern Feldeintheilung zu erhalten. Denn Jeder will gern wieder etwas von seinem vorigen Acker haben, besonders wenn er ihn in einen guten Zustand versetzt hat.

Die Art und Weise aber, die neuen Aecker wiederum beiläufig in jene Lage der alten zu bringen, ist sehr leicht ausführbar. Sie ist in meiner Abhandlung vollständig durchgeführt und kann aller Orten angebracht werden. Der Gedanke davon, auf den ich gerathen bin, scheint neu zu seyn; ich habe ihn noch in keinem Lehrbuch der praktischen Geometrie angeführt gefunden.

Wie die Seckenheimer Feldeintheilung bereits vom In- und Auslande ist aufgenommen worden.

§. 46.

Mit welcher Zufriedenheit die Gemeinde Seckenheim diese Feldeintheilung aufgenommen hat, kommt in der hierüber geschriebenen Abhandlung, Seite 9, vor. Was außerhalb Seckenheim darüber ist geurtheilt worden, folgt nun:

I. Directorium des Neckarkreises. Mannheim, den 5. August 1825. Nr. 11951.

„Wir haben die Ehre, dem Großherzoglichen Seekreis„directorium zu eröffnen:

„Der Renovator Bürger in Heidelberg hat eine Druck„schrift, über die Verwandlung unregelmäßiger — in regel„mäßig abzutheilende Felder, herausgegeben, die von Sach„verständigen als vorzüglich praktisch brauchbar erklärt worden „ist, und sich bei einem in Seckenheim durchgeführten Versuch „als solche bewährt hat.“

„Wir sind von dem hohen Ministerium des Innern er„mächtigt, diese Schrift sämmtlichen Großherzoglichen Kreis„directorien dahin zu empfehlen, daß dieselben den Gemein„den ihrer Kreise bekannt gemacht und sie veranlaßt werden „möchten, sich solche, wenn sie sie bedürfen sollten, anzu„schaffen."

„Wir schließen ein Exemplar dieser Abhandlung, die ge„bunden 1 fl. 6 kr. kostet, zur gefälligen Einsicht bei."

b) „Gleiche Communication an die übrigen Großherzogl. „Kreisdirectorien

zu Freiburg,
„ Offenburg,
„ Durlach,
„ Wertheim.

c) Nachricht hievon dem Renovator Bürger in Heidelberg.

Fröhlich.

vdt. Joachim.

II. Aus einem Schreiben vom Herrn Obergeometer Schaefer in Karlsruhe vom 14. September 1825.

„Sehr schmeichelhaft war, Ihr verehrtes Schreiben vom „4. Juli a. c. nebst den Inlagen für die Herren Oberst Tulla, „die beiden Oberingenieure Pfeifer und Rochlitz, dann „für mich, zu empfangen, für welches ich Ihnen meinen ver„bindlichsten Dank zolle, was ich, auch im Namen der ge„nannten Herren, bei denen Sie, verehrtester Freund, im „besten Andenken stehen, thun soll."

„Herr Oberst wunderte sich, daß wir von Seiten der „Direction nicht auf dieß Ihr so vollkommen gelungenes „Werkchen, über die Eintheilung des Mallaufeldes zu Secken„heim, subscribirt haben, was gewiß auch ich und mehrere „Andere für eigene Person gethan haben würden, wenn mir „Ihre Subscription zu Handen gekommen wäre."

„Ich habe Ihr vortreffliches Werkchen allen hiesigen In„genieur- und Geometer-Eleven — denen ich den praktischen „Unterricht ertheile — als zu ihrem künftigen praktischen Leben „sehr vortheilhaft geschildert und empfohlen. Für die Di-

„rection wurde es deßfalls, so wie das andere (Parallelen), so„gleich, auf mein Anrathen, von Herrn Marx angeschafft.“

III. Wohlgeborner Herr Renovator Bürger in Heidelberg.

„Der Ausschuß der dirigirenden Abtheilung des land„wirthschaftlichen Vereins hat mich beauftragt, die Ihnen bei „dem landwirthschaftlichen Feste zuerkannte Preismedaille für „Sie in Empfang zu nehmen und zu übersenden.“

„Indem ich mich freue, Ihr Verdienst anerkannt zu sehen, „habe ich die Ehre, Ihre Medaille in der Anlage Ihnen zu „übersenden. Hochachtungsvoll.

Karlsruhe, den 28. October 1825.

Dollmätsch,
Oberbürgermeister.

IV. Durch das eifrige Mitwirken der Beamten

Herr Oberamtmann Beeck in Offenburg, nunmehrigem Regierungsdirector (geheimer Rath) in Freiburg,
„ Oberamtmann (geheimer Rath) Deurer in Lörrach.
„ Oberamtmann Gerber in Wißloch,
„ Oberamtmann Vierordt in Schwetzingen

ist die Abhandlung dieser Feldeintheilung schon im Besitze vieler Gemeinden und Begüterten, welches gewiß auch als Anerkennung der Nützlichkeit dieser Feldeintheilung betrachtet werden kann.

V. Aus den Heidelberger Jahrbüchern der Literatur von 1825, Seite 1247.

„Die einzelnen Felder, in welchen die verschiedenen Fluren „einer Gemarkung eingetheilt sind, bilden nur zu oft, da die „Eintheilung meist ein Werk des Zufalls war, unregelmäßige „Figuren. Diese Vertheilung des Bodens unter die einzelnen „Eigenthümer hat nun, wie einem jeden Landwirthe bekannt „ist, die erheblichsten Nachtheile. Die Bebauung wird müh„samer; oft ist ein Feld für den Eigenthümer schwer zugäng„lich; Eingriffe in fremdes Eigenthum sind leichter zu ver„decken u. s. w. Der Verfasser der vorliegenden Schrift „glaubt mit Recht, daß diesem Uebelstande dadurch am besten

„und leichtesten abgeholfen werden könne, daß man durch eine „neue verhältnißmäßige Vertheilung einer Flur (gleichsam durch „eine friedliche lex agraria) den unregelmäßig gestalteten ein„zelnen Aeckern und Feldern eine parallele Lage (bei welcher „ein jeder Acker an beiden Enden eine gleiche — senkrechte — „Breite hat) gebe, und zugleich die neu abgetheilten Aecker „wiederum ohngefähr an denjenigen Ort bringe, an welchem „sie sich vormals als unregelmäßige Stücke befanden. Der „Verf. zeigt nun in dieser Schrift, mit steter Berücksichtigung „des auf dem Titel der Schrift angegebenen besonderen Falles, „wie dieser Aufgabe Genüge geleistet werden könne. Es ist „zu wünschen und zu hoffen, daß das Beispiel, welches die „Gemeinde Seckenheim, indem sie sich über eine neue Ver„theilung eines Feldbezirkes, die Mallau genannt, vereinigte, „rühmlich gegeben hat, auch anderwärts Nachahmung finden „werde, und die vorliegende Schrift wird alsdann als ein „zweckmäßiger Leitfaden bei der Ausführung einer solchen Un„ternehmung benutzt werden können. Uebrigens gedenkt der „Verfasser mit Ruhm und Dank des Eifers, mit welchem „Herr Körner, Vogt zu Seckenheim, die in der Secken„heimer Gemarkung geschehene neue Vertheilung der Aecker „befördert hat."

„So viel möge als Anzeige über eine kleine Schrift ge„sagt seyn, von welcher, als einer inländischen, wir nach den „Gesetzen unsers Institutes keine eigentliche Critik geben „dürfen."

VI. Aus dem Landtagsblatt Nr. 228. Karlsruhe, 15. Februar 1832.

Mittheilungen aus den Verhandlungen der Stände des Großherzogthums Baden im Jahr 1831.

170ste öffentliche Sitzung der zweiten Kammer. Karlsruhe, den 29. December 1831.

Der Abg. Blankenhorn berichtet Namens der Petitionscommission untern andern: Ueber die Schrift des Renovators Bürger zu Heidelberg, „die Umwandlung unregelmäßiger in regelmäßig abgetheilte Felder." „Körner hält „sich verbunden, die Verdienste des Verfassers bei einer solchen,

„in der Wirklichkeit ausgeführten, Revovation anzuerkennen, „und die Kammer nimmt den Antrag der Commission an, „diese Schrift unter Anerkennung ihres Werthes in dem Ar„chivariate aufzustellen.“

Vom Auslande.

VII. An Herrn Renovator Bürger in Heidelberg.

„Mit vielem Vergnügen erhielt die unterzeichnete Stelle „Ihr Schreiben vom 20. Juli und die schätzbare Abhandlung, „welche dasselbe begleitete und wofür sie Ihnen hiermit den „verbindlichsten Dank abstattet.“

„Sie theilt mit Ihnen die Ueberzeugung, daß die Zer„stückelung des Feldeigenthums, die daraus nebst andern Nach„theilen, noch besonders entstehende Gebundenheit in der Be„wirthschaftung mit zu den Hauptgebrechen gehören, worunter „die Landwirthschaft Deutschlands noch an vielen Orten „leide.“

„Um so mehr hat sie sich gefreut, daß Sie einen so glück„lichen Versuch gemacht haben, dieses Uebel durch Lehre und „That zu bekämpfen.“

„Sie wird es sich zur Pflicht rechnen, auf Ihre Abhand„lung und das darin gegebene Beispiel und Muster aufmerksam „zu machen, jene zur Belehrung, dieses zur Nachahmung zu „empfehlen und auch sonst einzuwirken suchen, daß dieser „Vorgang recht bekannt werde und vielleicht andere Gemeinden „reize, sich ähnliche Vortheile zu verschaffen.“

„Sich damit rc.“

Stuttgart, den 12. August 1825.

Centralstelle
des landwirthschaftlichen Vereins in Würtemberg.
von Hartmann, Präsident.

Schwarz.

VIII. München, den 24. August 1825.

Das General-Comité des landwirthschaftlichen Vereins in Baiern an Herrn J. A. P. Bürger, großherzoglich badischen Renovator in Heidelberg.

„Für die gefällige Uebersendung der Abhandlung über

„Umwandlung unregelmäßiger in regelmäßig abzutheilende Fel„der ꝛc., erstattet das General-Comité im Namen des land„wirthschaftlichen Vereins von Baiern dem Herrn Renovator „verbindlichen Dank, und wird dieses Buch im Wochenblatte „des Vereins nach Würde anzeigen."

„Mit besonderer Hochachtung verharret

von Hazzi.

Weyfer.

IX. Aus der Extrabeilage zum Ingolstädter Intelligenzblatt Nr. 2, Güterarrondirung betreffend.

„Zum Behuf der Güterarrondirung hat man eine Ab„handlung des großherzoglich badischen Renovators Bürger zu „Heidelberg, über Umwandlung unregelmäßiger in regelmäßig „abzutheilende Felder, erläutert durch die Ausführung zu „Seckenheim bei Mannheim, auf allgemeine Landgerichtskosten „anzuschaffen, und unter die Gemeinden des Landgerichts zu „vertheilen beschlossen. Diese Abhandlung zeigt bildlich, wie „durch eine zweckmäßige parallele Eintheilung aller Felder „einer Dorfsflur ein Weg zur Arrondirung gebahnt, und dem „Landmann in Bestellung seiner Felder eine große Erleich„terung verschafft werden kann."

„Diese Feldeintheilung ist nicht nur zu Seckenheim „bei Mannheim vollständig ausgeführt, sondern sie besteht „auch schon seit langer Zeit in unserer Nachbarschaft zu „Lichtenau, Landgerichts Neuburg. Die Gemeindevorsteher „werden angewiesen, diese Abhandlung bei Amte dahier ab„zulangen, die Besserunterrichteten für eine höhere Kultur „empfänglichen Gemeindeglieder davon zu unterrichten, und „sich deren Verbreitung und Anwendung möglichst angelegen „seyn zu lassen."

Den 12. December 1825.

Königlich Baierisches Landgericht Ingolstadt.

Gerstner, Landrichter.

X. Darmstadt, am 13. September 1826.

Abhandlung des Renovators Bürger zu Hei-

delberg über Umwandlung unregelmäßiger in regelmäßig abzutheilende Felder.

Das großherzoglich hessische Ministerium des Innern und der Justiz an den großherzoglich badischen Renovator Bürger zu Heidelberg.

„Wir haben Ihre Abhandlung über Umwandlung un„regelmäßiger in regelmäßig abzutheilende Felder, nebst der „beigefügten Ansicht über die bisherige Feldeintheilung, er„halten, und statten Ihnen unsern Dank mit dem Bemerken „hierdurch ab, daß wir die Abhandlung den Provinzialregie„rungen zur besondern Berücksichtigung empfohlen haben.“

von Grolman.

vt. Hoppé.

XI. Aus der Isis von Oken. Jena 1826, 4s Heft, Seite 368.

„Diese Schrift ist ein nicht unwichtiger Beitrag zur „Landescultur, und besonders brauchbar für Gemeinden und „Güterbesitzer. Der Verfasser gibt ein leicht ausführbares „Verfahren an, wie die Felder mit den unregelmäßigsten „Aeckern in regelmäßige verwandelt werden können, und er „hat dieses zu Seckenheim, zur Befriedigung sowohl der Ge„meinde als der Einzelnen, mit dem Felddistrict, genannt „Mallau, 229 Morgen groß, gethan. Dieses Feld ist in „seinen beiden Zuständen abgebildet. Die Aecker liefen darin „so unordentlich durch einander, daß man allerdings dem Ver„fasser zum Gelingen der neuen Vertheilung Glück wün„schen muß. Nach der neuen Vertheilung sind die Aecker alle „gerad und stoßen auf einen Weg, so daß jeder Bauer auf „sein Feld kommen kann, ohne über das seines Nachbars zu „fahren, so wie denn auch das Pflügen und Abschätzen er„leichtert ist. Ist diese Regulirung bei einem Felde, das viele „Dutzend Besitzer hat, sehr schwierig und dennoch ausführbar, „so muß sie noch mehr den Besitzern großer Güter angenehm „seyn, indem sie auf die Größe der regelmäßig gemachten „Aecker nicht nöthig haben, Rücksicht zu nehmen. Wir glau„ben daher, diese kleine Schrift mit Recht unsern Lesern em„pfehlen zu können.

Anmerkung. Wie sich obiger Recensent über meine Paralleltheorie geäußert hat, ist schon früher (§. 16) vorgekommen. Der Verf.

XII. Wohlgeborner Herr Renovator J. A. P. Bürger in Heidelberg.

Nr. 367

„Als Präses der k. k. Landwirthschaftsgesellschaft in „Wien, hat es mir zum Vergnügen gereicht, die Gesellschaft „in ihrer letzten allgemeinen Sitzung von der geneigten Mit„theilung in Kenntniß setzen zu lassen, welche Euer Wohlge„boren derselben mit Uebersendung eines Exemplars Ihrer „herausgegebenen Druckschrift:

„„Ueber Umwandlung unregelmäßiger in regelmäßig abzutheilende Felder““

„zu machen die Güte gehabt haben.“

„Je wichtiger der Gegenstand der besagten Abhandlung „ist, um so lebhafter nimmt Ihre gefällige Aufmerksamkeit „und bewiesenes Zutrauen die danknehmige Anerkennung des „Vereins in Anspruch. Gleich wie der Ausschuß der Gesell„schaft, unter Verhältnissen, wie die hier beschriebenen, sich „von dem Nutzen einer veränderten Feldereintheilung vollstän„digst überzeugt hält, eben so würdigt er nach Gebühr die „von Ihnen eingeleiteten Verbesserungen. Welche Hindernisse „sich übrigens Unternehmungen dieser Art überhaupt (beson„ders aber mit Rücksicht auf die individuellen Verhältnisse „einzelner Länder) entgegenstellen, und deren Ausführung er„schweren, ist von Ihnen selbst erkannt und angedeutet worden.“

„Ich verharre mit voller Hochachtung

Eurer Wohlgeboren

ergebenster

P. Gfr. Goeß.“

Wien, am 6. Februar 1827.

XIII. Aus dem großherzoglich hessischen Regierungsblatt Nr. 49. Darmstadt, am 27. November 1828.

Bekanntmachung, die Zusammenlegung der Grundstücke in den Gemarkungen der Gemeinden

Niederdieten und Achenbach, Landrathbezirks Battenberg, betreffend.

„Bekannt sind die mit allzugroßer Güterzersplitterung „verbundenen mannichfaltigen Nachtheile, und die in ihr lie„genden Hindernisse, welche der Verbesserung des Acker- und „Wiesenbaues, der freieren Benutzung des Eigenthums &c. „entgegenstehen. Die Ortsvorstände des Grundes Breidenbach „haben sich, dieses erkennend, zu dem Beschlusse vereinigt, „dahin zu wirken, daß die mit der Güterzersplitterung „verbundenen Nachtheile durch Zusammenlegung des „Grundbesitzes der Einzelnen entfernt würden.

„Durch diesen erfreulichen Beweis von Einsicht und „Streben, das Wohl ihrer Gemeindeangelegenheiten zu be„fördern, haben sich jene Vorstände gerechte Ansprüche auf „allgemeinen Beifall erworben, und zweifeln wir nicht, daß „dieselben das verdienstliche Ziel, welches sie sich vorgesteckt, „beharrlich verfolgen werden.“

„Dieses Ziel der Zusammenlegung allzusehr zerstückelter „Grundstücke ist theilweise bereits in den Gemarkungen der „Gemeinden Niederdieten und Achenbach mit entspre„chendem Erfolg erreicht worden, so, daß z. B. ein Wiesen„grund in der Gemarkung Niederdieten, welcher vorhin in „nicht weniger als 2085 Stücke getheilt war, in 320 neu zu„sammengelegt ist.“

„Zur Vorbereitung dieses wichtigen Unternehmens war „es nicht erforderlich, etwa fremde Sachverständige mit Kosten„aufwand zuzuziehen; das ganze Geschäft ist mit sehr ge„ringen Kosten durch verständige Angehörige jener Gemeinden, „zu allseitiger Zufriedenheit der Betheiligten, vollzogen, und „so durch die That dem Wahn, von der großen Schwierigkeit, „oder wohl gar Unausführbarkeit der Sache, begegnet worden.“

„Mit Vergnügen nimmt die unterzeichnete Staatsbehörde „Veranlassung, das wahre Verdienst anzuerkennen, welches sich „die Gemeinden Niederdieten und Achenbach dadurch erworben „haben, daß sie auf diese Weise das erste belehrende Beispiel „so wichtiger landwirthschaftlicher Verbesserung in der Provinz „Oberhessen gegeben, und andere Gemeinden dadurch zum „Nachdenken und zur Nachfolge ermuntert haben.“

„Die Ausführung des Unternehmens verdanken die vor-
„benannten Gemeinden hauptsächlich dem großherzoglichen
„Schultheißen Thomas zu Niederdieten, und haben wir
„mit dem lebhaftesten Wohlgefallen ersehen, wie derselbe bei
„diesem Geschäfte, neben besonderer Einsicht und regem Eifer
„für die gute Sache, seltene Uneigennützigkeit und Hingebung
„bewährt hat."

„Indem wir diese Nationalwirthschaftlichen Fortschritte
„zur öffentlichen Kenntniß bringen, glauben wir, der Hoff-
„nung und der Erwartung Raum geben zu dürfen, daß alle
„Gemeinden, die es betrifft, die wichtige Angelegenheit in
„reifliche Erwägung ziehen, und, ihr wahres Wohl erkennend,
„dem gegebenen Beispiele folgen werden. Wir versprechen uns
„insbesondere von den großherzoglichen Landräthen, so wie von
„den Ortsvorständen derjenigen Gemeinden, deren Grundbesitz
„an dem Uebelstande der Zersplitterung leidet, daß sie sich an-
„gelegentlichst bemühen werden, der guten Sache, im wohl-
„verstandenen Interesse ihrer Angehörigen, Eingang zu ver-
„schaffen und Vorurtheile zu entfernen, und werden wir, was
„hier fördernd geschieht, als verdienstliches Werk gebührend
„anerkennen."

Darmstadt, am 27. October 1828.

Großherzoglich hessisches Ministerium des
Innern und der Justiz.
von Grolman.

Trygophorus.

Anmerkung. Obgleich in Obigem mein Name nicht vorkömmt, so glaube ich, daß zu der so bedeutenden Zusammenlegung der Grundstücke in den großherzoglich hessischen Gemarkungen von Niederdieten und Achenbach durch den tüchtigen Schultheißen Herrn Thomas zu Niederdieten, wovon der Nutzen unverkennbar bleibt, die Feldeintheilung zu Seckenheim die Veranlassung mag gegeben haben. Denn die oben (X) erwähnte Empfehlung des großherzoglich hessischen Ministeriums des Innern und der Justiz ist wahrscheinlich auch zu jenen Gemeinden gekommen, welches noch dadurch bestärkt wird, weil bald darauf 20 bis 24 Exemplare von meiner Abhandlung, über die Feldeintheilung zu Seckenheim, von der

Groos'schen Buchhandlung dahier verlangt wurden, die in jene Gegend sind versendet worden.

Der Verf.

Nachtrag, die Feldeintheilung betreffend.

§. 47.

In §. 46, XIII ist abermals der Beweis gegeben, was einsichtsvolle Ortsvorstände zu thun im Stande seyn können, und ich muß aufrichtig gestehen, daß ihnen allein die Ehre zukommt, wenn bei Gemeinden Veränderungen dieser Art zu Stande kommen. Denn nur diese Männer haben das Verdienstliche, bei einem solchen Unternehmen gerade das Schwierigste aus dem Wege geräumt zu haben. Sind nun einmal die Begüterten zu einer Feldeintheilung gestimmt, so hat der Geometer ein gewonnenes Spiel, weil dann Dasjenige, was er zu thun hat, ohne alle Mühe vor sich gehen kann. Bedenkt man nun, welche große Vortheile Diejenigen genießen, deren Felder zweckmäßig eingetheilt sind, so müssen die Vortheile und der Gewinn nicht berechnet werden können, wenn die Feldeintheilung allgemeiner werden würde. Man hat bisher gewiß nicht daran gedacht, daß ein solches Unternehmen sich so leicht und mit so großer Zufriedenheit der Betheiligten ausführen ließe, weil man die Schwierigkeiten dabei für viel größer gehalten hatte, als sie wirklich sind. Die hohen Regierungen könnten dabei am meisten wirken, wenn sie jene Gemeinden, die sich einer bessern Eintheilung ihrer Felder unterziehen würden, durch Ertheilung von Prämien, oder etwa auf einige Jahre durch einen geringen Steuernachlaß, dazu aufmunterten. Es könnten zu gewissen Zeiten besondere Gemeindeversammlungen Statt finden, worin nur von nützlichen Gegenständen der Gemeinde, unter andern, von einer bessern Feldeintheilung die Sprache wäre. Dabei könnte vielleicht meine (§. 43, V) erwähnte Abhandlung als Vorlage dienen, weil man darin, durch die zwei beigefügten Karten, den Begüterten die vormalige und jetzige Eintheilung des Seckenheimer Mallaufeldes am besten zeigen könnte, auch darin die

Wege angegeben sind, die eingeschlagen wurden, um die Begüterten zu einem solchen Unternehmen zu vermögen. Auf diese Art wäre es möglich, die Begüterten einer Gemeinde so allmählig dazu vorzubereiten. Sie würden dann unter sich mehr über diesen Gegenstand sprechen, gegenseitig ihre Gedanken hierüber äußern und endlich den Wunsch hegen, gern dieselben Vortheile zu genießen. Ist nun einmal der Wunsch da, dann ist auch öfters der erste Schritt zur Ausführung schon so gut, wie gethan. So käme nach und nach das Ganze zur Reife, und die allgemeine Stimmung einer Gemeinde wäre: auch ihren Feldern eine vortheilhaftere Eintheilung zu geben, wie die bisherige gewesen ist.

Mehrere, aus der Erfahrung geschöpfte, noch zur praktischen Geometrie gehörige Gegenstände.

§. 48.

Diese Gegenstände, die theils meinen Geschäftsgang erleichterten, theils auch dazu beitrugen, um gründlich zu arbeiten, von denen hier nur eine kurze Erwähnung geschieht, werden ein andermal ausführlicher abgehandelt werden. Sie bestehen nun in Folgendem:

I. Wie man das Fehlen bei'm Messen mit Ruthen größtentheils verhüten kann.

II. Dem Nutzen der Anhängebleistifte, wodurch man gegen das Verlieren derselben gesichert ist.

III. Das Vortheilhafte, mit Schritten zu messen, wenn z. B. ein ohngefährer Grundriß von irgend einem Stück Gut entworfen werden soll, nebst Anwendung des Schrittenmaßstabes dabei, der zugleich die Dienste des verjüngten Maßstabes, wonach die Figur aufgezeichnet werden soll, versehen kann. Will man nämlich ein mit Schritten gemessenes Stück nach dem verjüngten Maßstab A auftragen, so nehme man den zu A gehörigen Schrittenmaßstab, der schon verfertigt bereit liegt, und bringe darnach die Figur in Grund, so wird solche in aller geometrischen Schärfe auch nach dem verjüngten Maß-

stabe A aufgetragen seyn, wodurch also die Arbeit sehr abgekürzt wird.

IV. Wie man sich auf dem Felde, ganz allein, in die gerade Linie zwischen zwei gegebenen Punkten einigermaßen einrichten könne, ohne dabei irgend ein Instrument zu gebrauchen.

V. Einfache und sichere Verbindung z. B. zweier naheliegender Aecker, um ihnen eine, der Natur ähnliche, Lage auf dem Grundriß zu geben.

VI. Genaue und einfache, in vielen Fällen sehr brauchbare, Theilung *) eines Grundstücks in zwei gleiche Theile, welche auf dem Felde bloß durch Rechnung, mittelst der gemessenen Linien, geschehen kann.

VII. Wie die auf dem Felde gemessenen schiefen Breiten der Aecker zu benutzen sind, um daraus die senkrechten Breiten derselben herzuleiten, womit dann der Flächeninhalt der Aecker reiner berechnet werden kann.

VIII. Etwas vom Werthe der Meßinstrumente, bei mancherlei Vermessungen.

IX. Wie ein guter geometrischer Grundriß beschaffen seyn soll. Auch ist es nicht rathsam, Grundrisse, die in den Gerichtsstuben und auf dem Felde oft gebraucht werden, zu rollen, wodurch sich sehr leicht jene Zahlen verwischen, welche die gemessenen Breiten der Aecker anzeigen, so daß man oft

---

*) Herr Franz Koch in Wiesloch, der Feldmeßkunst Beflissener, erfand eine sinnreiche Methode, jedes unregelmäßige Stück Feld durch Rechnung in beliebige Theile zu theilen, deren Breiten mit einander in Verhältniß stehen. Dazu wird nur die Regel de tri und eigends von ihm verfertigten Rechnungstabellen gebraucht. — Nach dieser ganz einfachen und sichern Verfahrungsart mögen nun die Scheidlinien selbst gerad oder krumm laufen, ist gleichviel, alles geschieht immer verhältnißmäßig.

Es wäre zu wünschen, daß derselbe diese Verfahrungsart bekannt machen möchte, weil die praktische Geometrie noch wenige Anleitungen dieser Art aufweisen kann. In diesem Falle wäre es aber auch wünschenswerth, daß seine Anleitung häufige Abnehmer fände, da doch seine Bemühungen mit Kosten verknüpft sind und gewiß auch Dank verdienen.

nicht mehr recht im Stande ist, die wahren Breiten auszumitteln. Es ist besser, dergleichen Grundrisse, die zur Bestimmung der Acker- und Gewannengrenzen dienen, in Büchern zu verwahren, und nie mehr als eine Gewanne auf einen solchen Grundriß zu bringen. Grundrisse aber, die ganze Felder nach einem sehr verjüngten Maßstabe vorstellen, können schon eher gerollt und in blechernen Kapseln verwahrt werden.

X. Der interessanteste Gegenstand in der praktischen Geometrie mag wohl der seyn, welcher sich bei verwickelten Grenzstreitigkeiten und dergleichen darbietet. Hier kann man nicht mechanisch nach gegebenen Regeln verfahren, sondern der Geist wird dabei am meisten beschäftigt, weil oftmals die Beweisgründe sehr verborgen liegen. Es kamen mir in meinem Geschäftsleben mehrere Fälle dieser Art vor, von denen jene, die mir für angehende Geometer am nützlichsten zu seyn dünken, angeführt und vollständig abgehandelt werden sollen. Man wird daran erkennen, wie behutsam man oftmals im Urtheilen seyn muß, und wie sehr der betreffende Gegenstand durchdacht werden müsse, ehe man seine Meinung darüber äußert, weil man sich sehr oft in derselben täuschen kann, welches nothwendig auf einen der betreffenden Theile, oder auch auf beide, nachtheilig wirken muß.

Bei Gelegenheit der Erwähnung dieses Gegenstandes, muß ich eine Bemerkung mit einfließen lassen, die mir wichtig zu seyn scheint und die ich, vermöge meiner rechtlichen Handlungsweise, nicht verschweigen darf. Es kamen mir unter Obengenanntem zwei Fälle vor, die bis jetzt, in Ansehung des Rechtsstreites beider Theile, noch gerade so weit, wie im Anfang, gekommen sind, d. h. die Prozesse hierüber sind von der Art, daß man ihr Ende noch nicht sehen kann, und wovon sich die Kosten sehr hoch belaufen hatten. Wären die Gegenstände sehr verwickelt, dann dürfte man sich nicht über das Nichtausgehen dieser Streitsachen wundern. So aber sind triftige Beweisgründe vorhanden, und doch endigen sich die Prozesse hierüber nicht. Die Ursache liegt aber vielleicht bloß allein darin, weil man die gegebenen Beweisgründe, die so klar am Tage liegen (der Geometer, der an die strengen Beweise gewöhnt ist, kann sich unmöglich mit unhaltbaren Grund-

lagen begnügen), nicht zu achten scheint, indem sie in den wechselnden Schriften nicht einmal recht angeführt sind, sondern man betrachtet diese Gegenstände von einer ganz andern Seite, und die Quelle, woraus man schöpft, scheint bloß allein aus Vernunftbegriffen und andern (schwankenden) Gründen zu bestehen. Will man damit die Rechte des einen oder des andern Theiles vertheidigen, so läßt sich der Streit gewiß nicht so leicht schlichten.

Wenn sich z. B. A in seiner Rechtssache auf ein Grundriß beruft, nach welchem er behandelt seyn will, und von dem er sich durchaus nicht abbringen läßt, B führt aber den Beweis, daß eben dieser Grundriß unrichtig ist, und daß er also als Rechtsgrund, auf den sich A stützt, nicht angesehen werden kann, so ist, nach meiner Ansicht, der Rechtsstreit bald beendigt, der nothwendig zum Nachtheil des A ausfallen muß. Hier ist also der Grundriß als die wahre Urquelle zu betrachten, von dessen Richtig- oder Unrichtigkeit der ganze Rechtsstreit abhängt. Sobald man aber diesen reinen und einfachen Beweisgrund, wie leider wirklich geschehen ist, nicht berücksichtigt, dann wird der wahre Zweck verfehlt, wodurch also nothwendig der Rechtsstreit verlängert werden muß.

Ein anderer Fall ist der: Es herrschte unter zwei Personen A und B schon seit undenklichen Zeiten ein Streit, hinsichtlich ihrer Haus- und Gartenplätze. A beruft sich auf einen 74jährigen Besitzstand; B hingegen verwirft denselben und hat von jeher dagegen protestirt. Er kann nämlich alte Grenzsteine und alte Urkunden — also zwei unläugbare und klare Beweise, die man wohl als Richtschnur nicht versäumen möge — darbringen, die es bestätigen, daß ihm mehr Flächenraum gebührt, als er jetzt im Besitz hat, und doch kann auch diese Streitsache nicht zu Ende gehen.

Es wäre daher zu wünschen, daß wenn bei dergleichen streitigen Gegenständen unumstößliche Beweisgründe wirklich vorhanden sind, so soll man sein Augenmerk nur auf diese richten, und nicht auf jene, die man erst aufsucht, und die, wegen ihrer Unhaltbarkeit, oft die Ursache sind, daß sich dergleichen Streitsachen nothwendigerweise nur, und zwar auf eine sehr kostspielige Weise, verlängern müssen.

XI. Nahe verwandt mit Obigem ist, wie ein Gutachten über einen betreffenden Gegenstand gefertigt seyn soll. Hierbei sind besonders, wenn es streitige Gegenstände betrifft, die Beweisgründe klar und einfach vor Augen zu stellen. Daher darf man ein solches Gutachten nie übereilen, sondern es muß darin Alles reiflich überlegt und durchdacht seyn, bis man es abgibt. Dabei ist besonders zu bemerken, daß man alle Nebendinge, die zur Sache nicht gehören, womit aber leider nur allzu oft dergleichen Gutachten und Schriften der Art gespickt sind, weglassen muß. Dazu gehören besonders die wechselseitigen Persönlichkeiten, die leicht in Haß und Feindschaft übergehen können, und die oftmals die wahren Interessenten gar nichts angehen, wodurch sie also nur zu unnöthigen Kosten und zur Verlängerung des Rechtsstreits veranlaßt werden.

XII. Bei mehreren Ortsgemeinden ist es gebräuchlich, alle Jahre zu einer gewissen Zeit, wo am wenigsten versäumt wird, einen Umgang im Felde vorzunehmen, wobei untersucht wird, ob die Gewannen und Wege noch gehörig mit Grenzsteinen versehen sind. Das Fehlende wurde dabei, wo möglich, sogleich berichtigt. Möge dieses einfache, löbliche Verfahren doch allgemein nachgeahmt werden. Dadurch könnte eine beständige Ordnung, in Ansehung der Grenzen, erhalten werden.

XIII. Nöthige Anwesenheit des Geometers bei'm Steinsatz. Es ist dabei gerade nicht erforderlich, daß er auch in das Geheimniß der Unterlagen eingeweiht seyn soll, sondern daß er nur gegenwärtig sey, wann Grenzsteine von Gewannen, Aecker ꝛc. gesetzt werden, und zwar darum, weil dergleichen Steine gerade nicht absichtlich, dennoch aber nicht immer auf den gehörigen Punkt gesetzt wurden, der auf dem Grundriß durch Maß und Zahl bestimmt war.

Die meisten Ursachen, warum dergleichen Steine oftmals nicht auf den richtigen Punkt kamen, war, weil das Einsteinen solcher Punkte nicht sogleich geschah, sondern oft erst nach mehreren Wochen und Monaten vorgenommen wurde. Waren nun diese Punkte nicht mehr mit Merkmalen bezeichnet, so hat man den Stein beiläufig dahin gesetzt, wo man glaubte, daß er recht sitze. Darum ist es auch anzurathen, gleich nach

der geometrischen Eintheilung einer Gewanne 2c. die nöthigen Steine zu setzen.

Ich fragte mehrmals bei gründlichen Geometern wegen der Ursache, warum sie bei dem Einsteinen ihrer abgesteckten Punkte nie zugegen seyen? Ich mußte zu meinem Verwundern von denselben hören: der Geometer seye eigentlich nur verantwortlich für die richtig angegebenen Längen der gemessenen Linien 2c.; um die Steine habe er sich nichts zu bekümmern. Wenn aber dieses der Fall wäre, erwiederte ich, so müßte man auch nicht die Steine auf den Grundriß zeichnen, wobei dann alle Verantwortlichkeit von selbst wegfiele. Was würde aber das für ein Grundriß seyn, worauf keine Gewannen- und Ackersteine bezeichnet wären. Soll nun die Zeichnung derselben auch auf den Grundriß kommen, so ist es natürlich, daß der Geometer auch dem Steinsatz beiwohne. Denn wie kann ihm zugemuthet werden, die Steine auf den Grundriß zu zeichnen, da er nicht weiß, ob sie auch alle auf ihre gehörigen Punkte kamen. Wenn man z. B. auf dem Felde entdecken würde, daß irgend ein Stein nach dem Grundriß fehlerhaft sitzen sollte, so gibt man nie den Steinsetzern die Schuld, sondern immer dem Geometer, der wegen obigen Gründen oftmals ganz unschuldig in Verdacht kommt.

XIV. Welchen Werth ein gerichtlich gesetzter Stein hat, indem er nicht nur das Eigenthum sichert, sondern auch auf der Stelle über einen streitigen Gegenstand klare Auskunft geben kann.

XV. Unannehmlichkeiten, denen der Geometer oftmals, ohne sein Verschulden, bei Vermessungen ausgesetzt ist. Dann, daß derselbe manchmal, wann er in seinem Geschäft nützen soll, ihm aber die gehörigen Mittel fehlen, nicht nachlassen soll, nachzudenken, um doch seinen Zweck zu erreichen. Wann alle Mittel an Handen gegeben sind, so ist es keine Kunst, zu arbeiten. Wann der Geometer sich aber diese Mittel oft auf schwierigen Wegen selbst verschaffen muß; wann er sich durch Hindernisse aller Art nicht abschrecken läßt, und am Ende doch das Ziel erreicht, wodurch er sich seinen Mitmenschen nützlich macht, dann belohnt ihn sein inneres Gefühl, wenn auch

gleich seine mühevolle Arbeit in den Augen Anderer den eigentlichen Werth nicht haben sollte.

XVI. Herrschender Mißbrauch, den man in mehreren Lagerbüchern antrifft, und der leicht vermieden werden könnte.

XVII. Wie man sich bei'm Auftragen der gemessenen Gegenstände von beträchtlichem Umfange zu verhalten habe, um ein, der Natur nach, richtiges, dem Ganzen ähnliches Bild auf dem Papier zu erhalten.

Nöthiger Anhang.

§. 49.

Als das Manuscript gegenwärtiger Abhandlung gleichsam schon aus meinen Händen war, fiel es mir ein, noch einen Anhang zu fertigen, worin Einiges von Demjenigen vorkommen soll, was in vorliegendem Buch einstweilen nur angedeutet wurde, um bei einer andern schicklichen Gelegenheit ausführlicher davon zu handeln. Ich fand nämlich höchst nothwendig, von den (§. 26) erwähnten Grundlagen anderer Paralleltheorien jetzt schon einige anzuführen, damit man sie mit meinen (§. 3) gegebenen Grundlagen desto besser in Vergleich stellen kann, und wobei ich nicht zweifle, daß meine Paralleltheorie immer mehr an Werth gewinnen wird, weil man alle vorzutragende Vordersätze, worauf Paralleltheorien gegründet wurden, mangelhaft, hingegen an den meinigen alle geometrische Evidenz antreffen wird. — Ich darf übrigens hoffen, daß jene verehrte Männer es nicht übel aufnehmen werden, wenn sie ihre Paralleltheorien geprüft finden, zumal da es ihnen ja selbst nur darum zu thun war, die reine Wahrheit zu ergründen.

Ferner ist es (§. 28) angeführt, einstens einen besondern Abschnitt für den Unterricht in Schulen zu liefern. Da nun die Lehre der Parallelen sich äußerst einfach darstellen läßt, und wegen ihrer Wichtigkeit in der Geometrie nicht übersehen werden darf, so wird in diesem Anhang gezeigt werden, wie man vorliegendes Buch auch jetzt schon in Schulen

bei'm Unterricht der Elementargeometrie gebrauchen kann. Auch ist das Ganze so faßlich vorgetragen, daß es jedem wißbegierigen Anfänger der Geometrie zum bloßen Selbststudium dienen kann.

Endlich wird den Freunden und Kennern der Geometrie gezeigt, wie das bisher unauflöslich geschienene Problem, die Quadratur des Kreises, reingeometrisch gegeben werden kann, worüber ich mir jedoch von Sachverständigen eine genaue und aufmerksame Prüfung erbitte.

Diese drei Punkte sind es nun, die in diesem Anhang vorkommen sollen.

Vordersätze, die bisher als Grundlagen zu Paralleltheorien gebraucht wurden.

§. 50.

Es seye BAC (Figur 16) ein gegebener geradliniger Winkel, so müssen sich die, in gleicher Richtung verlängerten, Schenkel immer mehr von einander entfernen, je weiter die Verlängerung geschieht.

Prüfung.

Dieser Vordersatz, den Proclus in seiner Paralleltheorie zum Grunde legt, ist einer der anschaulichsten in der ganzen Geometrie. Man darf ihn aber deswegen doch nicht als Grundlage gebrauchen, weil er sich eigentlich nur auf eine sinnliche Darstellung gründet, die aber in der Geometrie nicht angenommen werden kann. Es ist zwar sehr einleuchtend für das Auge, daß die Punkte D und E weiter von einander entfernt liegen, wie die, in den Verlängerungen liegenden, Punkte B und C; allein das ist noch kein Beweis für den Verstand, der schärfer überzeugt seyn will, ob auch die DE wirklich größer wie die BC ist.

Hoffmann sagt hierüber in seiner Critik der Paralleltheorie, Seite 23: „Allein, ist dies auch ein geometrischer „Beweis, oder nicht vielmehr eine bloß willkürliche Annahme? „Kein gründlicher Geometer wird sich hier auf den Augenschein „berufen und behaupten, dieser lehre es schon, daß sich die

„Schenkel AB und AC immer mehr und mehr von einander „entfernen. Denn man weiß ja wohl, daß man die sinnlichen „Beweise von strenggeometrischen wohl unterscheiden müsse, „und daß ein Satz, der auf einer bloßen Erfahrung beruht, „keine Stelle in der Reihe theoretisch zu beweisender Sätze „verdiene.“

Es lassen sich übrigens von diesem Satze mehrere strenge Beweise geben. Allein der Satz selbst, wenn man ihn auch scharf beweiset, ist dennoch nicht hinlänglich, die Paralleltheorie zu berichtigen, weil noch andere Sätze mit ihm verbunden werden, die aber die erforderliche Schärfe nicht besitzen.

§. 51.

Auf einer geraden Linie ab (Figur 17) seye im Punkt a der rechte Winkel dab errichtet. Man kann sich vorstellen, der Winkel bewege sich in der ab gegen b hin, etwa bis c, so beschreibt der Punkt d die Linie de, welche in allen Punkten von der ac gleich weit entfernt ist. Demnach ist die de selbst eine gerade Linie.

Prüfung.

Auf diesen Vordersatz haben Clavius und Andere ihre Paralleltheorien gegründet. Er ist aber das noch nicht, was er seyn soll. Denn obgleich der Punkt d die Linie de beschreibt, wovon jeder Punkt gleich weit von der ab entfernt ist, so kann man doch nicht für gewiß annehmen, daß auch die de eine gerade Linie seyn soll. Es ist freilich sehr viel Wahrscheinlichkeit vorhanden, die besonders durch den Augenschein bekräftigt wird, daß die de eine gerade Linie sey; allein offenbar ist der Beweis nicht geführt. Denn man denke sich von d bis e die gerade Linie dme gezogen, so können Punkte der de außerhalb der geraden dme liegen. So lange man also nicht erweisen kann, daß solche Punkte mit der geraden dme zusammenfallen, so lange kann man auch nicht wissen, daß die mit dem Punkt d durch die Bewegung des Winkels beschriebene Linie eine gerade sey. Dieser Vordersatz kann also nicht als Grundlage in der Paralleltheorie dienen.

In Hoffmann's Parallelcritik, Seite 75, heißt es über diesen Punkt:

„Die Wege, welche man hier einschlug, sind von dop-„pelter Art. Entweder läßt man eine gerade Linie von will-„kürlicher Größe unter unveränderlichem Winkel sich mit ihrem „einen Punkte über eine gezogene gerade Linie fortbewegen, „daß der andere Punkt auf diese Art auch eine Linie bezeichnet, „welche nothwendig von der untern überall gleichweit abstehen „muß; oder man errichtet in den Endpunkten einer nach Be-„lieben gezogenen geraden Linie ganz gleiche Perpendikel und „verbindet ihre äußersten Punkte durch eine gerade Linie. In „beiden Fällen bleibt aber immer Etwas unbewiesen, was „doch streng dargethan werden muß. Bei der ersten Darstel-„lung hat man bis jetzt noch nicht evident gezeigt, daß die „erste Linie, welche aus der Bewegung des Perpendikels ent-„steht, wirklich eine gerade sey; und in der zweiten Methode „ist es unentschieden, ob auch alle Zwischenpunkte der gezoge-„nen geraden Linie von der zuerst angenommenen immer „in der Entfernung der beiden gleichen Perpendikel abstehen „werden oder nicht. So lange diese zwei Folgerungen nicht „mit Evidenz bewiesen sind, so lange herrscht immer noch eine „Lücke in dieser Darstellung der Paralleltheorie."

§. 52.

Wenn man aus einem willkürlichen Punkt einer Parallele eine senkrechte Linie errichtet, so muß sie, gehörig verlängert, die andere Parallele schneiden.

Prüfung.

Will man diesen Vordersatz, den Bossüt gebrauchte, ohne Beweis für gültig annehmen, so dürfte auch das 11te Euklid. Axiom ohne Brweis als Wahrheit bestehen, weil an Bossüt's Vordersatz nichts anders zu beweisen ist, als eben Dasjenige, was man auch an diesem Axiom zu beweisen sucht. Um dieses darzuthun, seye (Figur 18) die ab mit cd mittelst der ef parallel. Der Winkel bgh sey spitz, so ist bekanntlich auch der Wechselwinkel chg spitz, weil er, vermöge der Annahme, dem Winkel bgh gleich ist.

Man halbire die gh in l, fälle aus l auf ab und cd die Lothe lm und ln, so läßt sich leicht erweisen, daß die Linie mln gerad ist, und auf beiden Parallelen senkrecht

steht. Nun nehme man zwischen der ma oder mb einen Punkt an, wo man will, z. B. den Punkt i, errichte in i die senkrechte ik, die, genugsam verlängert, mit der cd zusammentreffen soll; so läßt sich jedesmal die ik mit der mn durch die Linie ni verbinden, und es muß jeder der Winkel dni, nik spitz seyn. Ihre Summe ist also kleiner wie zwei Rechte. Mithin bilden die drei Linien dn, ni, ik das 11te Axiom. Fordert man nun von diesem Axiom einen Beweis, so darf man gewiß auch die Verlängerung der ik bis in die cd nicht ohne Beweis lassen.

§. 53.

Es seye (Figur 19) die ab mit cd parallel. Aus dem beliebigen Punkt e fälle man auf ab das Loth ef, so ist auch die ef auf cd senkrecht.

Prüfung.

Auf diesen Vordersatz gründete Tacquet seine Parallel-theorie. Derselbe besitzt aber nicht die gehörige Festigkeit. Denn daß der Winkel efb ein rechter ist, liegt klar am Tage, weil man aus einem Punkt außerhalb der geraden ab, nämlich aus e auf die ab ein Loth fällen kann. Daraus folgt aber nicht, daß auch der Winkel fed ein Rechter ist, sondern es muß streng bewiesen werden, daß er es auch wirklich ist. Es kann ja eben so gut aus dem Punkt f ein Loth auf cd gefällt werden, welches entweder in e oder zwischen der ce oder ed eintreffen muß. Wer kann es aber behaupten, daß es gerade in e eintreffen soll?

In Hoffmann's Parallelcritik, Seite 215, heißt es hierüber: „Außerdem muß man sich nicht wenig verwundern, „den Satz: wenn eine Linie auf Eine der Parallelen senkrecht „steht, so ist sie es auch auf der Andern, als Grundsatz auf-„gestellt zu sehen. Freilich ließe sich so Etwas aus seiner De-„finition herleiten; allein diese ist, wie schon gesagt, fehler-„haft, und sein Axiom ist Lehrsatz, wozu es am strengen Be-„weise gebricht."

§. 54.

Gerade Linien in einer Ebene, die, so weit man sie auch

an ihren beiden Enden verlängern mag, immer einen gleichen Abstand von einander behalten, heißen Parallellinien.

Prüfung.

Diese Erklärung der Parallellinien hat Tacquet und noch mehrere Mathematiker angenommen, und gewiß nur darum, weil sie nicht dem geringsten Zweifel unterworfen zu seyn scheint. Allein sie ist mangelhaft, und das Trügerische daran ergibt sich, wenn man sie aufmerksamer durchschaut.

Es ist wohl sehr klar, daß Linien, die immer gleichen Abstand von einander behalten, auch nie zusammenkommen können, folglich, im strengen Sinne genommen, parallel seyn müssen. So rein nun diese Erklärung ist, so hätte man doch auch zeigen sollen, ob Linien dieser Art in der Natur möglich sind. Allein wo ist denn der Beweis geführt worden, daß gerade Linien in allen Punkten einerlei Abstand von einander behalten? Euklid erklärt die Natur der Parallellinien anders. Er sagt: Gerade Linien in einer Ebene, die, an ihren Enden in gleicher Richtung verlängert, nie zusammentreffen, heißen Parallellinien. Nun beweist er aber im 27. Satz seiner Elemente, welcher im gegenwärtigen Buche (§. 4) vorkommt, daß solche Linien wirklich in der Natur existiren; folglich konnte er auch jene Erklärung von Parallellinien geben. Hätte Euklid aber das Niezusammentreffen zweier Linien nicht erwiesen, sondern nur angenommen, so wäre seine Erklärung eben so mangelhaft gewesen, als es jene ist, wo gerade Linien in allen Punkten immer einerlei Abstand von einander behalten. Hieraus folgt also, daß, so wie man von dem Nichtzusammentreffen zweier verlängerten geraden Linien einen scharfen geometrischen Beweis gegeben hat, so sollte man auch davon einen eben so scharfen Beweis geben können, daß gerade Linien immer einerlei Abstand von einander behalten, welches jedoch bis jetzt noch nicht geschehen konnte. Legt man daher diese unbewiesene Erklärung zum Grunde, so ist es klar, daß all' Dasjenige, was auf sie gebaut ist, auch eben so unrichtig seyn muß.

In Hoffmann's Parallelcritik heißt es, Seite 213,

über diesen Punkt: „Daß zwei gerade Linien, die mit einer „dritten gleiche Winkel bilden, parallel sind, wird wohl nicht „geläugnet werden; aber Wer hat den Beweis strenge geführt, „daß diese Linien auch allenthalben gleichen Abstand behalten? „und welcher Mathematiker, der sich eine vollkommene Berich„tigung der Theorie der Parallelen zu liefern vornimmt, wird „dann den Schluß wagen, die Perpendikel allenthalben gleich „groß anzunehmen? Die Definition der Parallelen, die auf „gleiche Entfernung beruht, ist daher fehlerhaft, weil sie eines „Beweises bedarf, und kann auch keineswegs zur befriedigenden „Darstellung der Theorie selbst dienen. Hingegen setzt die „Euklidische nichts als den Begriff der Lage gegen eine „dritte voraus, der wirklich Statt hat, und nicht nur die „Möglichkeit der Construction, sondern auch überzeugend dar„thut, daß die Linien bei dieser Voraussetzung nicht zusam„menlaufen können. Euklid selbst mag das Mangelhafte „jener Erklärung gefühlt haben, und war nicht so übereilt, „aus seiner Definition schon unmittelbar den Schluß herleiten „zu wollen, daß diese Linien auch allenthalben gleiche Entfer„nung hätten. Er läßt sich darauf so wenig ein, als auf den „Satz des nothwendig erfolgenden Schnitts, den er unter die „Grundsätze aufnimmt. Die Euklidische Definition hat „also bisher mit Recht noch immer den Vorzug behauptet; „und so wenig einleuchtend immer sein eilfter Grundsatz, als „solcher ist, so hat man doch in einer Reihe von 2000 Jah„ren noch keine Darstellung an seine Stelle gesetzt, bei welcher „man nicht auch Etwas als wahr annehmen müßte, welches „die Evidenz eines Axioms nicht besitzt."

§. 55.

Es seye (Figur 20) ab mit cd parallel. Aus den beliebigen Punkten e, f, g fälle man auf ab die senkrechten eh, fi, gk, so sind solche einander gleich.

Prüfung.

Dieser Vordersatz stützt sich auf die im vorhergehenden §. gegebene Erklärung der Parallellinien. Da aber diese Erklärung unrichtig ist, so kann man anch noch nicht wissen, ob

die senkrechten eh, fi und gk einander gleich sind. Man darf sie also nicht für gleich annehmen, sondern es muß streng bewiesen werden, daß sie gleiche Größe haben.

§. 56.

Auf einer geraden Linie (Figur 21) errichte man aus den Punkten a, a, a, a ..... die gleich großen senkrechten Linien ab, ab, ab, ab...... und verbinde ihre Endpunkte mit geraden Linien bb, bb, bb,...... so ist die ganze obere Linie bbbb...... selbst eine gerade Linie.

Prüfung.

Dieser von Bossüt angenommene Vordersatz ist eben so unvollständig, wie der (§. 51) gegebene. Denn man ziehe einmal vom ersten Punkt b auf den letzten b die gerade Linie bmb, so muß bewiesen werden, daß alle übrigen Punkte b, b, b...... in dieser geraden Linie liegen. Denn es kann ja der Fall seyn, daß die mittlern Punkte b, b, b...... alle außer der geraden bmb liegen. Der Vordersatz ist also, wie er oben angegeben ist, noch nicht geeignet, um als Grundlage in der Paralleltheorie zu dienen. Man sehe die oben (§. 51) gegebene Hoffmann'sche Critik, welche sich auf diesen Punkt bezieht.

§. 57.

Es seye d (Figur 22) ein willkürlich angenommener Punkt zwischen den Schenkeln eines gegebenen Winkels abc, so können seine Schenkel einmal so weit verlängert werden, daß, wenn man ihre Endpunkte e und f mit einer geraden Linie verbindet, der Punkt d in ein Dreieck bef eingeschlossen ist.

Prüfung.

Diesen Vordersatz gebrauchte Lorenz und Segner. So klar und unangreifbar auch derselbe scheinen mag, so darf man ihn doch nicht als feste Stütze in der Paralleltheorie betrachten. Er wird im Grunde bloß aus einer sinnlichen Anschauung hergeleitet, wie die Folge zeigen wird.

Je spitzer der Winkel b ist, je eher sollte man dafür halten, durch das Verlängern der ba und bc den Punkt d in

das Dreieck b e f einschließen zu können. Allein man trügt sich; denn da man die Natur der geraden Linie nicht so genau kennt, und solche nur nach dem Augenmaß geschätzt wird; das aber in der Geometrie keinen Platz findet, so kann man ja auch die Linie f f' e für eine gerade Linie gelten lassen. In diesem Falle wäre also der Punkt d noch nicht im Dreieck eingeschlossen.

Wollte man auch die b e und b f noch weiter verlängern, so könnte immer wieder auf ähnliche Art von dem einen Endpunkt bis zum andern eine gerade Linie gezogen werden, wobei der Punkt d immer noch außer dem Dreieck läge. Da nun dieses Verfahren so lange fortgesetzt werden kann, als man will, so ist klar, daß dieser Vordersatz noch nicht fest begründet ist.

Noch weniger augenscheinlich wäre es, den Punkt in ein Dreieck einzuschließen, wenn der Winkel a b c (Figur 23) so stumpf wäre, daß die Linie a b c unsern Augen als gerad vorkäme. Würde nun d sehr weit von b entfernt liegen, so könnte man es gar für eine Unmöglichkeit halten, den Punkt d einmal in ein Dreieck einschließen zu wollen. Wenn daher dieser Satz allgemein seyn soll, so muß er sich auf jede Größe des Winkels, wie man solche auch annehmen mag, erstrecken. Läßt sich aber auf eine andere Art darthun, daß der Punkt d durch das Verlängern der b a und b c und durch die Verbindung ihrer Endpunkte mit geraden Linien wirklich einmal in ein Dreieck eingeschlossen werden könne, dann kann man diesen Satz zur Begründung der Paralleltheorie gebrauchen, sonst aber nicht.

Zu mehrerer Bekräftigung, daß diese Grundlage mangelhaft sey, soll angeführt werden, was hierüber in Hoffmann's Parallelcritik, Seite 97, vorkömmt. Es heißt: „Wenn der „Winkel DEB (Figur 24) ein sehr spitzer ist, so könnte „es wohl scheinen, als müsse man einmal auf eine Linie „GH kommen, welche den Punkt F in den Flächenraum des „Dreiecks GEH einschließe. Allein dieses lehrt hier nur der „Augenschein, der da, wo es auf eine strenge Demonstration „ankömmt, gewiß nicht die Stelle eines befriedigenden Be„weises vertreten kann. Eben hierin liegt ja die Stärke einer

„geometrischen Darstellung, daß sie weiter geht, als der „bloße Augenschein zeigt, und daß sie wegen ihrer strengen „Allgemeinheit sich auf Fälle erstreckt, welche der bloße sinnliche „Schein gar nicht zu entscheiden vermag. — Man betrachte „nur einen sehr stumpfen Winkel und einen Punkt zwi„schen dessen Schenkeln. Wenn man nun gleich in diesen „Schenkeln beliebige Punkte nimmt, und durch sie gerade Li„nien von einem Schenkel zum andern zieht, so kann man sich „gewiß nicht sinnlich überführen, daß dieser zwischen den „Schenkeln angenommene Punkt nothwendigerweise einmal in „ein solches Dreieck eingeschlossen werden müsse. Nach dem „bloßen Augenschein würde man dies sogar für unmöglich „halten können. Der Beweis muß also hier immer weiter „gehen, als die bloß sinnliche Wahrnehmung, und gerade „hierin liegt der Vorzug streng wissenschaftlicher Theorien, vor „der gewöhnlichen Erfahrung. Von dieser Seite betrachtet, „gebricht es also dem Systeme des Verfassers offenbar an dem „erforderlichen Grade von Einfachheit und Klarheit."

Weiter heißt es Seite 98: „Es läßt sich schlechterdings „nicht einsehen, wie man (Figur 24) aus der möglichen un„beschränkten Verlängerung der Schenkel ED und EB „nothwendig einmal auf Punkte kommen müsse, wie G „und H, wo man durch die GH den Punkt F in ein Dreieck „EGH einschließen kann. Da nun die Nothwendigkeit eines „solchen Dreiecks gänzlich unbewiesen ist, so können auch alle „übrigen Sätze und besonders der Lehrsatz, dessen Beweis „sich hauptsächlich darauf gründet, nicht als hinlänglich erwie„sene Wahrheiten angesehen werden."

§. 58.

Simson stellt folgenden Grundsatz auf, der aus Hoffmann's Parallelcritik nebst dessen Prüfung wörtlich hier angeführt wird. Es heißt nämlich Seite 67.

„Grundsatz."

„Eine gerade Linie kann nicht anfangs sich einer andern „geraden Linie nähern, und dann sich von derselben entfernen, „ehe sie dieselbe durchschneidet; und auf die nämliche Art kann

„sich eine gerade Linie nicht von einer andern entfernen, und „dann sich derselben nähern; so kann auch keine gerade Linie „von einer andern geraden Linie immer die nämliche Entfer„nung halten, und dann sich derselben nähern, oder sich „von derselben entfernen. Denn eine jede gerade Linie hält „immer die nämliche Richtung, z. B. (Figur 25) die gerade „Linie ABC kann nicht erstens vom Punkte A zu B sich der „geraden Linie DE nähern, und dann vom Punkte B zum „Punkte C sich von der nämlichen DE entfernen. Auf die „nämliche Art kann die gerade Linie FGH sich nicht anfangs „von F zu G von DE entfernen, und dann von G zu H sich „der nämlichen DE nähern; und eben so im letzten Falle, „wie (Figur 26) zu sehen ist.“

Prüfung Seite 76.

„Der Verfasser sagt hier im Anfange: Eine gerade Linie „kann nicht anfangs sich einer andern geraden Linie nähern, „und dann sich von derselben entfernen, ehe sie dieselbe durch„schneidet. Zergliedert man diesen Satz genauer, so enthält „er eigentlich folgende zwei Behauptungen:

I. „Eine gerade Linie, von welcher man weiß, daß ein „Endpunkt näher bei einer gegebenen geraden Linie liegt, als „der andere, wird sich, wenn man sie nach der Seite des „näher liegenden Punktes verlängert, der geraden noch immer „mehr und mehr nähern. Wenn also (Figur 25) der Punkt „B näher bei DE liegt, als der Punkt A, so wird diese Linie „AB gegen B hin verlängert, der DE immer näher rücken, „und kann sich also nie mehr weiter von ihr entfernen.“

II. „Wenn sich eine gerade Linie einer gegebenen geraden „annähert, so muß diese Näherung so zunehmen, daß sie die „letztere Linie wirklich einmal durchschneidet. Liegt also B „näher bei DE als A, so wird die verlängerte AB die Linie „DE einmal wirklich durchschneiden müssen.“

„Sollte nun die erste Behauptung als Grundsatz gelten, „so müßte sie an und für sich so evident seyn, daß man nicht „den geringsten Zweifel gegen ihre Wahrheit vorbringen könnte. „Ist dies aber auch wirklich der Fall? — Ich glaube nicht; „denn es ist wohl aus der Natur einer geraden Linie noch

„nicht vollkommen einleuchtend, daß sie sich in ihrer Verlänge„rung einer andern geraden Linie immer mehr nähern müsse, „wenn sie sich dieser zum Theil schon genähert hat. Das Nä„hern einer Linie gegen die andere kann doch nur aus der Ab„nahme der gezogenen Perpendikel hergeleitet werden. Der „bloße Augenschein kann hier eben so wenig, als in andern „geometrischen Beweisen, ein statthafter Bürge der Wahrheit „seyn. Und doch ist es nichts, als dieser Augenschein, der zu „dem Schlusse verleitet, die gegen B verlängerte AB möge „der DE immer näher und näher rücken, je weiter man sie „verlängert. So lange es also dem Geometer nicht vergönnt „ist, aus dem sinnlichen Scheine eine geometrische Wahrheit „abzuleiten, so lange darf man diesen Grundsatz nicht als eine „solide Basis ansehen, worauf die Theorie der Parallelen mit „Evidenz gegründet werden kann. Mit gleichem Rechte könnte „man z. B. den Lehrsatz: in jedem Dreiecke steht dem größern „Winkel die größere Seite, und umgekehrt der größern Seite „der größere Winkel gegenüber, in die Reihe der geometrischen „Axiome setzen, weil auch hier schon der Augenschein die Wahr„heit der Behauptung zeigt. Und doch wird sich kein Geo„meter aus der strengen Schule des Euklides diese Freiheit „erlauben."

§. 59.

Anmerkung. Das Weitere über die obigen 9 vorgetragenen Vordersätze, nebst ihrer Anwendung bei Paralleltheorien, findet man ausführlich in Hoffmann's Critik der Paralleltheorie, worin man noch mehrere interessante Gegenstände dieser Art, critisch beleuchtet, antreffen wird.

Die nun folgenden Vordersätze, wovon bei einer andern Gelegenheit ausführlicher wird gehandelt werden, und wobei auch noch mehrere solcher Vordersätze werden erwähnt werden, sind aus andern literarischen Werken genommen, die nun gleichfalls geprüft werden sollen.

§. 60.

An den Endpunkten einer gegebenen geraden Linie werden zwei Winkel zu einem Dreieck construirt, die zusammen kleiner wie zwei Rechte sind. Nun werden die Linien dieses noch

unvollendeten Dreiecks bis zu ihrem Zusammentreffen verlängert.

Prüfung.

Diese Darstellungsart ist mir aus der Leipziger Literaturzeitung, vom 9. Mai 1820, Seite 904, bekannt, und rührt von Lüdike her. Da übrigens kein Beweis geführt ist, daß sich diese verlängerten Linien einmal schneiden müssen, und also der Durchschnittspunkt schon für eine ausgemachte Wahrheit gehalten wird, so ist hier weiter nichts geschehen, als daß das 11te Euklid. Axiom selbst schon für wahr angenommen wurde, da man doch stets bemüht war, den Durchschnittspunkt desselben zu ergründen.

Bei dieser Gelegenheit sey es mir erlaubt, einige Bemerkungen beizufügen. Wenn man einen Unterschied in den sinnlichen Wahrnehmungen macht, und, wie es einigermaßen angenommen zu seyn scheint, das 11te Axiom, vermöge seiner ganzen Bauart, unter jene Anschauungen aufnehmen will, die sich am meisten der Wahrheit annähern, so kann dieses Axiom, nach meiner Ansicht, bei weitem nicht die erste Stelle unter denselben einnehmen. Denn wollte man einen Unterschied in den sinnlichen Wahrnehmungen bei geometrischen Gegenständen machen, der auch wirklich Statt findet, so dürfte man, meines Erachtens, unter denselben die Darstellung, wo die Schenkel eines gegebenen Winkels, wenn solche verlängert werden, sich immer weiter von einander entfernen, nicht übergehen, und solche gewiß an die Spitze aller übrigen stellen, weil sie höchst einfach ist und nur aus zwei geraden Linien und einem Winkel besteht, da hingegen zum 11. Axiom drei gerade Linien und zwei Winkel erforderlich sind. Da man nun (§. 50) die Geometer tadelt, welche diesen höchst einfachen und einleuchtenden Satz bloß allein auf den Augenschein gründen, und also mit Recht einen schärfern Beweis fordert, um so mehr kann man auch einen Beweis vom 11. Axiom verlangen, weil es (sinnlich betrachtet) noch lange nicht dieselbe Einfachheit besitzt. — Diese Bemerkung geschieht deßwegen, wenn man allenfalls der Meinung wäre, die Construction des 11. Axioms seye schon so beschaffen, daß man nicht nöthig hätte, den geringsten Zweifel an ihrer Wahrheit zu haben.

§. 61.

In der Paralleltheorie von Küster (Versuch einer neuen Theorie der Parallelen. Hamm, 1821) fand ich in der ersten Figur eine Grundlage von sonderbarer Art, nämlich ein Quadrat dargestellt, welches doch gewiß nicht angehen kann, weil man ja die Möglichkeit, ein Quadrat zu construiren, noch nicht darthun kann, wenn die Paralleltheorie nicht schon vorhergegangen ist.

§. 62.

In allen gleichseitigen Dreiecken von verschiedener Größe sind die Winkel einander gleich. Wenn z. B. 1000 an Größe verschiedene gleichseitige Dreiecke gegeben sind, so hat man auch 3000 gleiche Winkel.

P r ü f u n g.

Dieser Grundlage soll sich Hauf bedient haben. Es ist aber nicht glaublich, daß der gelehrte Verfasser solche ohne allen Beweis schon für eine ausgemachte Wahrheit sollte gehalten haben, sondern eher wahrscheinlich, daß derselbe diese Grundlage zu beweisen suchte, der Beweis aber nicht hinlänglich befriedigt haben mag. Im Allgemeinen genommen, ist das gleichseitige Dreieck, mit andern Dreiecken ähnlicher Art in Vergleich gestellt, eine derjenigen Figuren, die die größte Wahrscheinlichkeit besitzen, wo man sie also leicht für die Wahrheit selbst substituiren könnte. Allein der Geometer läßt sich, auch durch die größte Wahrscheinlichkeit, nicht befriedigen. Er will Wahrheit, überzeugende Gewißheit haben, und kann sich daher auf den bloßen Augenschein, der den gleichseitigen Dreiecken zu Gebote steht, oder sonst auf Begriffe, die noch nicht fest begründet sind, nicht einlassen.

§. 63.

Wenn man an dem gleichseitigen Dreieck abc (Figur 27) die ab und bc in d und e halbirt und die de ziehet, so entsteht hierdurch in dem größern Dreieck abc ein kleineres gleichseitiges Dreieck dbe.

P r ü f u n g.

Diese Grundlage fand ich in der Jenaer allgemeinen Literaturzeitung vom Jahr 1823, Nr. 158, und kommt von

C. R. Müller. — Bei dieser Grundlage dringt sich sogleich die Frage auf: Warum soll denn die de der db gleich seyn? Dies auf Treue und Glauben annehmen wollen, welches zwar bei unserm Verfasser nicht zu vermuthen ist, geht doch gewiß nicht an. Daher ist es nothwendig, streng zu beweisen, daß die de der db gleich ist. Will man aber ohne diesen Beweis schon die de = db annehmen und eine Paralleltheorie darauf gründen, so erhellt, daß eine solche Theorie auf einem seichten Grunde errichtet ist, und also nicht fest stehen kann.

Es läßt sich übrigens sehr leicht ein gleichseitiges Dreieck in das größere gleichseitige Dreieck abc beschreiben, wenn man die ac halbirt, und von d und e auf den Halbirungspunkt, er heiße f, die geraden df und ef ziehet, wo sich dann leicht erweisen läßt, daß def ein gleichseitiges Dreieck ist. In welchem Verhältniß aber die Seite des kleinern Dreiecks def mit jener des größern Dreiecks abc steht, oder ob der Winkel dfe dem Winkel abc gleich ist, kann noch nicht erwiesen werden.

§. 64.

Es seyen (Figur 28) ab und cd zwei gegebene gerade Linien. Aus den willkürlichen Punkten e, i und g fälle man auf ab die Lothe gh, ik und ef. Setzt man nun ef > gh, so muß ef > ik und ik > gh seyn.

Prüfung.

Diese Grundlage kommt vor in der Jenaer allgemeinen Literaturzeitung vom Jahr 1823, Nr. 48, Seite 377, und ist von Blasche aufgestellt. Sie besitzt aber die gehörige Festigkeit noch nicht, um als Grundlage in der Paralleltheorie zu dienen. Denn daraus, daß ef > gh, kann noch nicht geschlossen werden, daß auch ik > gh. Die ik steht hier ganz beweislos da, indem ihre Größe, ehe die Theorie der Parallelen vorgetragen ist; im Vergleich mit den beiden übrigen ef und gh, so klein als man will, angenommen werden kann. Setzt man z. B. die ef = 40′, gh = 18′, so kann die ik = 3′ oder noch kleiner seyn. Denn wenn man die ik nicht so klein setzen könnte, so müßte sich doch irgendwo ein Widerspruch zeigen,

der aber nirgends zum Vorschein kommt. Folglich ist die bloße Annahme: wenn ef > gh, so ist das dazwischen liegende Loth ik > gh und ik < ef nicht gegründet. So viel ist aber richtig, daß wenn die ik > gh zu erweisen wäre, so könnte auch die Paralleltheorie in aller geometrischen Schärfe bewiesen werden. Da nun aber dieser Vordersatz sich bloß allein auf den Augenschein gründet, solcher aber in der Geometrie nicht angenommen werden kann, so ist auch die darauf gebaute Paralleltheorie noch nicht sicher gestellt.

§. 65.

In jedem Rechteck sind die gegenüber stehenden Seiten gleich.

P r ü f u n g.

Dieser von Schweikart herrührende Satz in seiner Theorie der Parallelen kommt in der Jenaer allgemeinen Literaturzeitung vom August 1811, Seite 305, vor.

So wie man sich über die (§. 61) gegebene Grundlage wundern mußte, wobei nämlich schon ein Quadrat vorausgesetzt wird, ohne dessen Möglichkeit erwiesen zu haben, eben so wird man sich auch über das Rechteck wundern, zumal, da nach des Recensenten Meinung, sich unser Verfasser als ein helldenkender Mann zeigt, der mit dem Geiste der synthetischen Methode innigst vertraut ist. — Die Annahme eines Rechtecks, ohne Beweis, kann daher nicht gelten. Auch gründet sich das Rechteck auf die Paralleltheorie, weil die gegenüber liegenden Seiten parallel laufen, und weil der Satz (§. 6) dabei erforderlich ist. Wie will man also von einem Rechteck schon etwas wissen, da die Theorie der Parallelen noch nicht vorhergegangen ist.

§ 66.

Es sey (Figur 29) acbd eine Kreisfläche, worin sich die zwei Durchmesser ab und cd senkrecht schneiden. Man ziehe ac, bc, so ist der Winkel acb ein Rechter.

B e w e i s.

Da der Winkel acb dem Durchmesser ab gegenüber steht, und den halben Bogen adb zu seinem Maße hat, so muß er ein Rechter seyn.

Zusatz. Ziehe die ad und db, so folgt leicht aus obigen Gründen, daß das Viereck acbd rechtwinklich und gleichseitig, folglich ein Quadrat seyn müsse.

Prüfung.

Diese Darstellung hat v. Ranson in dem Intelligenzblatt zur oberdeutschen allgemeinen Literaturzeitung (München, vom 28. December 1811) gegeben, die als ein Versuch einer definitiven Paralleltheorie dienen sollte. Daß nun der Winkel acb ein rechter seyn müsse, ist oben streng bewiesen worden. Wenn man aber auf diesen Vordersatz die Paralleltheorie gründen will, dann trügt man sich sehr, weil bei eben diesem Satze schon vorausgesetzt wird, daß in einem Dreieck die Summe der drei Winkel zwei Rechte beträgt, dessen Wahrheit aber von der Paralleltheorie abhängt. Da nun der oben geführte Beweis erst nach der Theorie der Parallellinien vorgetragen werden kann, so ist klar, daß man diesen Satz nicht wählen darf, um die Paralleltheorie darauf zu gründen, weil er ja selbst noch nicht vorhanden ist und erst seine Möglichkeit durch diese Theorie erhält.

Vergleichung der bisher vorgetragenen Grundlagen von Paralleltheorien mit jenen, die §. 3 vorkamen.

§. 67.

Aus den bisher vorgetragenen 16 Vordersätzen, die als Grundlagen in der Paralleltheorie dienen sollten, geht hinlänglich hervor, daß kein einziger davon in geometrischer Klarheit durchgeführt ist; daß man also an der Wahrheit derselben noch sehr zweifeln muß, welches sich daher auch auf jede Paralleltheorie erstreckt, die auf diese Vordersätze gegründet ist. Man wird also zwischen diesen Vordersätzen und jenen (§. 3) gegebenen einen bedeutenden Unterschied finden, weil an letztern die geometrische Evidenz mit aller Macht hervorleuchtet, und man gleichsam gezwungen wird, ihre Wahrheit anzuerkennen. Darum konnte man auch mit so vieler Sicherheit eine Paralleltheorie darauf gründen, die man nicht für

einen Versuch ausgeben konnte, sondern die man gleich anfänglich für eine vollständige (vollkommene) Theorie erklären mußte. Denn würde auch nur eine dieser drei einfachen Grundlagen den Mangel besitzen, den man an jeder der obigen 16 geprüften Vordersätzen fand, so würde auch die darauf gebaute Paralleltheorie gewiß nicht so sicher stehen, wie sie jetzt steht. Dabei muß ich die Aufmerksamkeit der Mathematiker auf einen Gegenstand lenken, der bisher wenig beachtet gewesen zu seyn schien. Man hat nämlich all' Dasjenige, was von Linien, Flächen und Körpern herrührt, in die Geometrie aufgenommen. Allein sie hat noch ein weit ausgedehnteres Gebiet in dem unermeßlichen Raume. Denn all' Dasjenige, was der Verstand für wahr anerkennt, und was eine Größe besitzt, gehört zur Geometrie. Denken wir uns z. B. die Bewegung des Winkels cef an der einfachen Figur 30 in der ed von e bis d, so ist es klar, daß der Winkel den Zwischenpunkt g eher wird erreichen müssen, wie den Punkt d. Folglich ist die Bewegung von e bis g und jene von e bis d, jede besonders als eine Größe zu betrachten, wovon die letzte größer ist, wie die erste. Mithin kann auch die Bewegung, ohne an eine Kraft*) zu denken, als Größe betrachtet werden, und sie gehört also zur Geometrie (Größenlehre). Eben so verhält sich's

*) In dem oben (Seite 12) angeführten W. A. Förstemann's „Lehrbuch der Geometrie heißt es Seite 220. „Bei dieser Gelegenheit mag einem andern Tadel begegnet werden, der dem vorliegenden Systeme, im Vergleich mit dem Euklidi'schen, gemacht „werden könnte. Euklides bediente sich nie des Begriffes der Bewegung, und nicht selten tadeln mathematische Schriftsteller das „Einmischen der Vorstellung der Bewegung in geometrischen Lehren, indem Bewegung nicht Gegenstand der Geometrie, sondern der Mechanik oder Dynamik sey. Dieser Behauptung darf „man aber wohl widersprechen. Nur die Vorstellungen der Kraft „ist der Geometrie fremd, und bestimmt das eigentliche Feld der „Mechanik oder der Dynamik, die Vorstellung der bloßen Bewegung als einer Veränderung des Ortes, ohne Rücksicht auf Zeit „und Kraft, scheint in der Geometrie ganz zulässig zu seyn. Auch „möchte schwerlich ein Lehrer von Erfahrung es gerathen finden, „sich bei'm Elementarunterrichte in der Geometrie der Vorstellung „der Bewegung ganz und gar zu enthalten."

auch mit dem Begriff der Zeit. Denn es ist doch gewiß sehr klar, daß wenn sich der Winkel cef von e gegen d hin bewegt, und er etwa in g ankommt, so ist der Zeitraum gewiß nicht so groß, wie jener, worin sich der Winkel bis d hin bewegt hat. Da nun zwischen beiden Zeiträumen ein Unterschied besteht, so ist jeder dieser Zeiträume als Größe zu betrachten und gehört also auch zur Geometrie. Daß aber diese beiden Wahrheiten reine Verstandesbegriffe sind, ist klar einzusehen und können, meines Erachtens, auch darum nicht geläugnet werden, weil sie, wegen ihrer Einfachheit und überzeugenden Gewißheit, den Euklidischen Grundbegriffen an die Seite gestellt werden können. Auch stütze ich mich darauf, was Kästner im Allgemeinen von geometrischen Begriffen hält, welches schon früher (Seite 21) erwähnt wurde, und also Alles in der Geometrie aufgenommen werden kann, was denkbar ist. Eben so rechnet ein anderer Mathematiker *) all' Dasjenige, was im Raume und in der Zeit geschieht, in das Gebiet der Geometrie. Meine drei Hauptgrundlagen (§. 3), als reine, klare Verstandesbegriffe betrachtet, lassen sich also,

---

*) Leonhardi sagt in seinen Vorlesungen über die Anfangsgründe der Mathematik (1r Band. Dresden, 1816. Einleitung Seite 5):

„Reine Mathematik."

„Die Dinge erscheinen uns, außer und neben einander, und „zugleich existirend oder auf einander folgend, nämlich mittelst „der beiden Anschauungsformen, im Raume und in der Zeit. In „so fern man nun die Größe im Raume und in der Zeit von „aller Erfahrung unabhängig anschaulich darstellen kann, ist reine „Mathematik möglich. Im Raume construirt man die Größe ihrer Form, Figur oder Gestalt gemäß unmittelbar; in „der Zeit hingegen geschieht die Zusammensetzung des gleichartig „Mannichfaltigen in einen Begriff, d. i. die Entstehung der Zahl, „einer Menge Dinge einerlei Art, so wie die anschauliche Darstellung ihrer Verbindungen und ihrer Veränderungen durch verschiedene Operationen, und zwar durch Zeichen, oder wie man es „nennt, symbolisch. Der Haupttheil der reinen Mathematik, „welcher sich mit der figürlichen Construction der Größe beschäftigt, „ist die Geometrie, der andere, welcher die symbolische zum „Gegenstande hat, die Arithmetik."

wie man im nächsten §. sehen wird, auf das Innigste mit einander verbinden.

§. 68.

Es ist einmal sehr klar, daß man sich (§. 3, II) den Winkel cef (Figur 30) in der ed bis in den Punkt d hinauf bewegt denken kann. Setzt man nun den Winkel ceb größer wie den Winkel cef, so liegt der Punkt f unterhalb eb. Bewegt sich nun der Winkel cef an der ed, oder an ihrer Verlängerung hinauf, bis f in die eb etwa in h fällt, so ist (§. 3, III) eben so klar, daß ein gewisser Zeitraum vorübergehen muß, weil Bewegung, ohne eine Zeit vorüber zu gehen, nicht gedacht werden kann. Es sind daher (3, II und III) die zwei Grundlagen, nämlich die Bewegung des Winkels und die Zeit, worin diese Bewegunng geschieht, auf das Innigste mit einander verbunden. Bedenkt man aber, daß in einem jeden Zeitraum, der Statt findet, auch die Verlängerung von Linien gedacht werden kann, so ist also an Figur 30 die dritte Grundlage mit den beiden andern auf das Innigste vereinigt, und es müssen sich bei jeder Bewegung, die der Winkel cef gegen d hin macht, die verlängerten ef und ab immer geschnitten haben.

Mit Hülfe dieser 3 Hauptgrundlagen (§. 3) läßt sich nun am 11. Euklid. Axiom (Figur 1) leicht erweisen, daß die no und mb gehörig verlängert, sich in x schneiden müssen. Denn man darf nur an der fm am Punkte m einen Winkel omf construiren, der dem Winkel onm an Größe gleich ist, so muß, da nach der Annahme der Winkel bmf ein Rechter, der spitze Winkel omf mit dem Punkt o unterhalb mb liegen. Es finden also an Figur 1 eben dieselben Grundlagen Statt, wie an Figur 30. Da sich nun der Winkel omf von m bis in den Punkt n hinaufbewegen kann, und sich bei dieser Bewegung überall Zeiträume*) vorfinden, die man, im

*) Diese merkwürdigen Zeiträume, welche (§. 3) die dritte Hauptgrundlage meiner Theorie bilden, sind leider bei der bisherigen Beurtheilung derselben nie beachtet worden. Darum die beständige Meinung der Mathematiker, als wäre meine Theorie auch

Geiste, zur gehörigen Verlängerung der mo und mb in der Art benutzen kann, daß (§. 2, III und IV) die Verlängerung immer der Bewegung vorangeht, so ist es klar, daß sich bei eben dieser Bewegung des Winkels auch die verlängerten mo und mb immer geschnitten haben, also auch in dem Fall, wo der Winkel in n ankommt, wobei also das 11te Euklid. Axiom auf eine ungemein klare, einfache und sichere Art erwiesen ist.

§. 69.

Da man nun das 11te Axiom in aller geometrischen Evidenz darstellen kann, so hält es nicht schwer, die Paralleltheorie ebenfalls so scharf zu beweisen, welches bereits in den Sätzen (§§. 4, 6, 7) geschehen ist.

§. 70.

Anmerkung. Zum Schlusse sey noch Folgendes beigefügt. Daß ich krank bin, wird unten aus meiner Lebensbeschreibung hervorgehen. Vielleicht würde ich in meiner Krankheit darin einige Linderung gefunden haben, wenn meine Bemühungen in der Paralleltheorie vom mathematischen Publicum wären aufmerksamer behandelt worden, als es bisher geschehen ist. Denn der Gedanke beschäftigte mich doch immer, wie es anzufangen sey, meine gelungene Theorie, als ein so höchst wichtiger Gegenstand für die Wissenschaft, in Aufnahme zu bringen. Es mußte mich natürlich schmerzen, daß die Mathematiker, ohne irgend einen triftigen Grund anzugeben, meine Bemühungen in der Paralleltheorie stets für mißlungen erklären; daß sie, bei so klaren Ansichten, bei so gut gewählten Vordersätzen immer noch der Meinung sind, als wäre ein reingeometrischer Beweis für diese Theorie nicht möglich. Es hat mir daher mein mehrjähriges Streben, diese Theorie in Aufnahme zu bringen, weit mehr zu schaffen gemacht, wie die Auffindung des Beweises selbst, und es wäre mir in meiner Lage nicht zu verargen gewesen, wenn ich den Leiden

---

mißlungen. Aber gerade durch diese Zeiträume erhält solche die größte Stärke, wie aus dem bereits Abgehandelten hinlänglich erkannt seyn wird.

daran bekommen hätte. Da nun in gegenwärtiger Abhandlung dieser Gegenständ noch m hr erläutert wurde, und alle Wahrheiten so klar hervorleuchten, daß man sie nicht läugnen kann, so ist nun auch mein bisher gehabtes Anliegen in diesem Punkt gänzlich gehoben und ich bin hinlänglich beruhigt, mich gerechtfertigt und gezeigt zu haben, daß keine Schwierigkeiten mehr in der Paralleltheorie vorhanden sind, und lebe auch in der besten Hoffnung, daß man sich bei einer nähern Untersuchung, die von Sachkennern gewiß nicht ausbleiben wird, von der Wahrheit meiner Aussage wird überzeugen können. Ich kann es mir daher auch für das größte Glück rechnen, daß ich gegenwärtige Abhandlung noch ausarbeiten konnte. Es hätte, besonders bei meinem mehrjährigen kränklichen Zustande, leicht möglich seyn können, die Welt verlassen zu müssen, wo dann ohne Zweifel auch mein Beweis in der Parallelthorie mit mir zu Grabe gegangen wäre. Doch die gütige Vorsehung, die mich diesen Beweis vor 17 Jahren hat finden lassen, erhielt mich am Leben und setzte mich zugleich in den Stand, solche gegen alle Anfechtungen zu schützen und sie in aller geometrischen Evidenz darzustellen.

Wie vorliegende Abhandlung, hinsichtlich der Paralleltheorie, in den öffentlichen Unterrichtsanstalten, wie auch bei'm Privatunterricht der Geometrie gebraucht werden könnte.

§. 71.

Wenn man bedenkt, daß der Vortrag in der Geometrie unterbrochen wird, wenn eine Lücke in dieser Wissenschaft offen bleibt, so ist vor Allem diese Lücke auszufüllen, ehe man weiter schreitet. Wie will man z. B. auch an einer Leiter die obern Sprossen erreichen, wenn die untern an derselben fehlen? Nun ist bekanntlich in der Geometrie, an der Stelle der Parallellinien, eine solche Lücke, die man, wegen ihrer Beträchtlichkeit, nicht überspringen darf, ohne dem Vortrage zu schaden. Wenn der Lehrling schon die Einsichten des

Lehrers besäße, so könnte er ja einmal an der Stelle der Parallellinien die Frage thun: warum übergeht man hier einen Satz und beweist ihn nicht, wodurch man genöthigt wird, an der Möglichkeit aller später darauf folgenden Sätze zu zweifeln? Es ist also klar, daß der Vortrag der Paralleltheorie in der Geometrie äußerst wichtig ist, der nicht übergangen werden darf, weil man, ohne diese Theorie, nicht einmal ein Quadrat oder sonst ein Rechteck construiren kann, auch nicht einmal weiß, wie groß die Summe der drei Winkel in einem geradlinigen Dreieck ist, ohne der andern Sätze zu gedenken, die von der Paralleltheorie abhängen. Es ist aber bei diesem Vortrag nicht nöthig, sich in jedes Einzelne, wie es bisher abgehandelt wurde, einzulassen, sondern nur erforderlich, die Anfänger mit den Eigenschaften des 11. Euklid. Axioms, welches als Grundlage in der Paralleltheorie dient, gehörig bekannt zu machen, welches nun folgende sind:

Wenn zwei gerade Linien in einer Ebene von einer dritten geraden Linie so geschnitten werden, daß die beiden innern, an einerlei Seite liegenden, Winkel zusammen weniger als zwei Rechte betragen, so treffen sie, genugsam verlängert, an eben der Seite zusammen.

Dieses ist also das 11te Axiom, woran eigentlich bewiesen werden soll, daß die Linien, gehörig verlängert, irgendwo zusammentreffen. Es stellen daher die Figuren 1, 5 und 6, so wie die auf der Seite 1 befindliche Figur, das 11te Axiom vor, weil sie die gehörigen Eigenschaften besitzen, nämlich: weil ihre innern Winkel zusammen weniger wie zwei Rechte sind.

Betrachtet man nun die Figur 1, so könnte man, ohne Beweis, schon dafür halten, daß die genugsam verlängerten AB und CD sich einmal schneiden müßten, wobei man nothwendig ein Dreieck erhalten würde. Allein dieser Beweis darf in der Geometrie nicht angenommen werden, weil er sich bloß allein auf das Augenmaß gründet. Denn gesetzt, man wollte Jemanden die Augen verbinden, dann die AB und CD bis zu ihrem Zusammentreffen verlängern und fragen: haben sich nun solche Linien geschnitten, oder wie weit stehen

sie noch von einander entfernt? So würde Jener darauf antworten: Ich kann weder das Eine noch das Andere wissen, weil mir die Augen verbunden sind. — Ein deutlicher Beweis also, daß hier bloß allein der Augenschein entscheiden soll. Diese Beweisart darf aber nicht gelten, sondern es muß ein anderer, von aller Erfahrung entblößter, reingeometrischer Beweis geführt werden, ein Beweis also, wobei man auch mit zugebundenen Augen, aber dennoch mit dem Auge des Geistes, den Durchschnittspunkt beider verlängerten Linien wirklich erblickt. Aber eben hierin liegt die große Schwierigkeit, solche geistige Beweise von der Paralleltheorie zu geben. Denn an den scharfsinnigsten Systemen dieser Art fand man bei einer genauen Untersuchung immer, daß sie sich entweder auf eine sinnliche Darstellung oder sonst auf schwankende Begriffe gründeten, und daß sie daher alle mangelhaft seyn mußten.

Sind nun die Anfänger von Dem, was eigentlich am Axiom zu beweisen ist, gehörig unterrichtet, dann kann man sie mit den §. 50 bis einschließlich §. 66 vorgetragenen Vordersätzen bekannt machen, damit sie mit dem Geiste der geometrischen Methode innigst vertraut werden. Auf diese Art werden sie allmählig von der sinnlichen Anschauung, welcher man bei'm Anfang des geometrischen Studiums so sehr ergeben ist, abgelenkt und lernen einsehen, was zu einem geometrischen Beweis erforderlich ist, wenn er rein seyn soll.

Haben nun die Anfänger an diesen Vordersätzen, die als Grundlage in der Paralleltheorie dienen sollten, das Mangelhafte begriffen, dann kann der Beweis des Axioms folgen, wie er (§. 1) vorgetragen ist, wobei sie nun schon den großen Unterschied zwischen rein und nichtrein bewiesenen Sätzen fühlen werden.

Dasjenige in den §§. 2 und 3 kann wegbleiben; desto nöthiger ist aber Jenes, was in den §§. 4, 5, 6 und 7 vorkommt, um den Anfängern zu zeigen, wozu denn eigentlich das 11te Axiom in der Geometrie angewendet wird.

Damit schließt sich nun der ganze Vortrag der Paralleltheorie. Wollen aber wißbegierige Anfänger auch Dasjenige dieser interessanten Lehre kennen lernen, was in den §§. 2,

3, 10, 11 und 12 vorgetragen ist, so können sie sich diese Kenntniß durch Selbststudium leicht verschaffen, weil die ganze Abhandlung so faßlich vorgetragen ist, daß sie auch jeder Anfänger verstehen kann.

Dann sind die schon etwas vorangerückten Anfänger auf die fünf Sätze (§. 28), die einstweilen ohne Beweis gegeben sind, ferner auf den neuen und einfachen Beweis des Pythagoräischen Lehrsatzes (§. 32) aufmerksam zu machen, und sie aufzumuntern, die Beweise davon selbst zu erforschen, welches ein kräftiges Mittel seyn wird, den Verstand zu schärfen. Besonders sind solche geistige Uebungen, sagt Hoffmann, Jenen zu empfehlen, welche sich der Geometrie zur Weckung und Stärkung der eigenen Erfindungskraft widmen.

Endlich kann man noch die Anfänger mit der (§. 33, I) gegebenen, leicht erklärbaren, Formel bekannt machen, welche entspringt, wenn man a + b zum Quadrat erhebt, eben so auch a — b. Zieht man nun beide Produkte von einander ab, so erhält man 4ab, worauf sich nun meine Multiplicationstafeln gründen. Denn es wird für sie doch auch interessant seyn, einen neuen Weg kennen zu lernen, auf dem man nicht allein das Produkt zweier Zahlen ohne Multiplication und auf eine sichere Art erhält, sondern auf welchem man noch viele andere beschwerliche Rechnungsbeispiele ungemein einfach und sicher auflösen kann.

Die Quadratur des Kreises.

§. 72.

Es ist schon Vieles über die Quadratur des Kreises gesprochen und geschrieben worden, und Viele glaubten durch die Auflösung dieses schwierigen Problems der Wissenschaft einen großen Dienst zu leisten. Dieser Dienst ist übrigens nicht so groß, wie man sich vorstellen mag, und die Wissenschaft kann bestehen, ob die Quadratur des Kreises erwiesen ist oder nicht. Mich hat dieser Gegenstand, ich muß es aufrichtig gestehen, nie angezogen, noch weniger fand ich mich bewogen, ein Ver-

hältniß des Durchmessers zu seiner Umfangslinie aufsuchen zu wollen, weil durch Zahlen allein nie ein ganz reines Verhältniß herausgebracht werden kann, und wir durch das Ludolph'sche Verhältniß, wenn der Durchmesser eines Kreises 100, so ist dessen Umfang 314, schon längst dasjenige besitzen, um der Wahrheit der Kreisfläche sehr nahe zu kommen.

Wenn man also auf das reine Verhältniß des Durchmessers zum Umfange keine Rücksicht nimmt, d. h., wenn man nicht zu erforschen sucht, wie groß der Umfang eines Kreises ist, wenn dessen Durchmesser z. B. 25 wäre, und also bloß allein eine Kreisfläche in eine ihr gleich große Quadratfläche verwandeln will, so hat man eigentlich schon längst, was man bisher zu suchen glaubte. Man kann nämlich jeden Kreis reingeometrisch in ein Quadrat verwandeln, welches eben so viel Fläche wie der Kreis besitzt.

Mit dieser Beweisart werden freilich die Sucher der Quadratur des Kreises nicht zufrieden seyn. Sie werden ein reines Verhältniß des Durchmessers zu seinem Umfange verlangen, das ich ihnen aber, wie schon oben erwähnt, nicht geben kann. Man hat auch bisher noch nie nach diesem Verhältniß gefragt, sondern man sprach nur von der Quadratur des Kreises, welches also so viel sagen wollte, als ein Quadrat zu erfinden, das eben so viel Fläche enthält, wie der Kreis selbst. Will man nun, praktisch genommen, die Seite dieses Quadrats wissen, so kann dieses sehr leicht nach dem Ludolph'schen Verhältniß geschehen, wie unten noch vorkommen wird.

Die Theorie davon ist nun folgende.

§. 73.

I. Es seye der Kreis adca (Figur 31), b der Mittelpunkt und ca der Durchmesser, so haben schon die Alten (Archimedes und Andere) die Kreisfläche eben so groß, wie die Fläche eines rechtwinklichen Dreiecks, betrachtet, dessen Höhe dem halben Durchmesser und dessen Grundlinie der Umfangslinie des Kreises an Größe gleich ist, weil man sich die Kreisfläche in unendlich viel Dreiecke zerlegt denken kann, wovon jedes eine unendlich kleine Grundlinie und die bc

zur Höhe hat. So ist also die Kreisfläche adca dem recht-winklichen Dreieck abe gleich, weil die Höhe ab = ½ ac und die Grundlinie ae der Umfangslinie adca gleich ist.

II. Es fragt sich also: Wie ist die Umfangslinie als gerade Linie darzustellen? Läßt sich nun hiervon die Möglichkeit erweisen, dann hält es nicht schwer, die Quadratur des Kreises darzuthun. Man denke sich nun den Kreis gleich einem Wagenrad in senkrechter Lage auf einer Ebene beweglich, welches möglich ist, so beschreibt er eine Linie, von welcher man noch nicht weiß, ob sie eine gerade Linie ist, weil der Kreis auf der Ebene jede beliebige, gerade oder krumme, Bahn einschlagen kann. Da nun a der gemeinschaftliche Punkt des Kreises, wie der Ebene, vorstellt, so ist es klar, daß wie sich der Kreis von a etwa gegen e hin in Bewegung setzt, so tritt a aus der Ebene und alle andere Punkte des Umfangs kommen nach und nach hinein. Da man sich aber die Kreislinie auf der Ebene so weit fortbewegt denken kann, als man will, so muß auch der Punkt a wieder einmal in der Ebene eintreffen. Wo dies nun geschieht, da hat der herumbewegte Kreis eine Linie auf der Ebene beschrieben, die eben so groß ist, wie die Umfangslinie adca.

III. Nun ist es leicht, die Umfangslinie als gerade Linie darzustellen. Man denke sich in einer Ebene eine gerade Linie gezogen, auf welcher sich der Kreis in senkrechter Lage von a gegen e hin bewegt, bis a (II) wieder in der geraden Linie etwa in e eintrifft, so ist die ae der Umfangslinie adca an Größe gleich. Da nun das Dreieck abe auch die Hälfte des Durchmessers ac zu seiner Höhe hat, so ist dessen Fläche der Kreisfläche an Größe gleich.

IV. Halbire die be in f, fälle aus f auf ae das Loth fg, verlängere gf, mache fh = fg und ziehe bh, so sind die Dreiecke bhf, fge congruent, das Viereck abhg ist rechtwinklich und dem Dreieck abe gleich.

V. Das Rechteck abhg wird nun in ein Quadrat verwandelt, nämlich: die Seiten ag, gh (Figur 31) trage man auf eine gerade Linie (Figur 32) von i bis l, so daß ik = ag und kl = gh. Halbire die il in m, und mache mit im aus m einen Halbkreis. In k errichte eine senkrechte, ver-

längere solche, bis sie den Kreisbogen in n berührt und ziehe die i n und l n. Nun ist es aus der Geometrie bekannt, daß die Dreiecke i n l, i k n und n k l einander ähnlich sind, woraus ferner folgt, daß die k n die mittlere Proportionallinie zwischen den beiden Linien i k und k l ist. Also ist auch das Quadrat von k n einem Rechtecke gleich, welches i k zur Grundlage und l k zur Höhe hat. Daher ist auch das Quadrat von k n dem Rechtecke a b h g (Figur 31) gleich.

Da nun das Rechteck a b h g (IV) dem Dreieck a b e und dieses Dreieck (I) dem Kreise a d c a gleich ist, so ist auch das Quadrat von k n dem Kreise gleich.

§. 74.

Aus obigem §. ergibt sich nun, daß auf eine reingeometrische Art jeder Kreis in ein Quadrat von gleichem Flächeninhalt verwandelt werden kann. Die ganze bisherige Schwierigkeit bestand darin, die Umfangslinie in eine gerade Linie zu verwandeln. Man kann sich zwar im Geiste jede Kreislinie als eine gerade Linie vorstellen; allein zu unserm Zwecke war es hauptsächlich nothwendig, die Kreislinie wirklich in eine gerade Linie umzuändern, d. h., eine gerade Linie zu construiren, die eben so lang wie die Kreislinie ist, welches sich auch, wie oben geschehen, richtig darstellen läßt.

Daß die Beweisart von der Quadratur des Kreises dennoch rein seyn kann, obgleich das Verhältniß des Durchmessers zum Umfange nicht angegeben ist, mag folgendes Beispiel als Gegensatz dienen. Die Erklärung der Parallelen, als gleich weit von einander entfernte Linien, wurde schon öfters von Geometern gebraucht, weil sie sehr viel Wahres besitzt. Denn Linien, die immer gleich weit von einander entfernt bleiben, kann man gewiß parallel nennen. Da nun solche Linien gedacht werden können, und es auch wirklich in der Natur mehrere Arten solcher Parallellinien gibt, wovon eine (§. 51) angeführt ist, auch selbst Kreise aus einerlei Mittelpunkt mit verschiedenen Halbmessern (concentrische Kreise), in einer Ebene construirt, solche Parallellinien bilden, so fand man natürlich diese Erklärung von Parallelen sehr einfach und einleuchtend, und man trug daher kein Be-

denken, sie auch bei geraden Linien anzuwenden. Wie unrichtig diese letzten Schlüsse aber sind, ist bereits (§. 51) vorgekommen. Denn es seyen z. B. auf der geraden Linie ab (Figur 17) die zwei gleich großen senkrechten Linien ad und ce errichtet. Man verbinde die Endpunkte durch die gerade Linie dme, so weiß man wohl, daß diese Linie in den Punkten d und e gleich weit von der ab entfernt liegt. Ob sie aber auch in andern Punkten denselben gleich großen Abstand von der ab hat, wie in den Punkten d und e, das weiß man nicht. Wenn daher zwei gerade Linien nur in zwei Punkten gleichen Abstand von einander haben, so ist dies noch nicht hinlänglich, sondern man muß beweisen, ob alle Punkte der einen Linie von der andern gleich weit entfernt sind. Fehlt also dieser Beweis, so versteht sich von selbst, daß auch die Erklärung der Parallelen, die sich auf gleiche Abstände gründet, mangelhaft seyn muß, wenn sie auch noch so klar scheinen sollte.

Nun wollen wir untersuchen, ob bei der Darstellung (Figur 31) auch ein Mangel herrscht. — Es ist einmal richtig, daß die Umfangslinie des Kreises eine begrenzte Linie ist, deren Länge man sich vorstellen kann. Es ist aber nicht genug, daß die Länge der Umfangslinie gedacht werden kann, sondern sie läßt sich auch auf eine gerade Linie übertragen, d. h., es kann (§. 73, III) wirklich eine gerade Linie construirt werden, die der Umfangslinie an Größe gleich kommt. Denn man braucht bei dieser Beweisart eigentlich nicht zu wissen, wie sich die Umfangslinie zu einer geraden Linie der Kreisfläche, z. B. zu ihrem Durchmesser, verhält, sondern wenn man nur weiß, daß die Umfangslinie eben so groß wie die gerade Linie ae ist, worüber aber nicht der geringste Zweifel mehr herrschen kann.

Wenn auch die Linie ae, sinnlich betrachtet, der Umfangslinie ungleich seyn sollte, so kann dies den Beweis nicht schwächen, weil man im Geiste eine gerade Linie hat, die der Umfangslinie an Größe gleich ist. Man kann also jede, nach Belieben angenommene gerade, Linie, also auch die gerade ae, statt der wahren Größe der Umfangslinie, die man sich im Geiste vorstellt, setzen, welches in der Geometrie erlaubt ist. So ist z. B. (§. 2, V) ein sehr großer spitzer Winkel

und eine sehr große Linie angenommen. Beide können als Größen gedacht, aber gewiß nicht sinnlich betrachtet, dargestellt werden. Und doch kann (Figur 1) der Winkel omf und die Seite mn die gedachten Größen vorstellen. Also kann auch die Umfangslinie (Figur 31), welche mittelst einer denkbaren reingeometrischen Construction in eine gerade Linie verwandelt werden kann, durch die Linie ae dargestellt werden.

Zur Erörterung mag noch Folgendes dienen. Man fragt z. B. am 11. Euklid. Axiom nicht darnach, wo der Durchschnittspunkt beider verlängerten Linien Statt findet, sondern ob er Statt findet. Eben so fragt man an Figur 31 nicht, wie groß die gerade ae ist, sondern ob die ae der Umfangslinie adca an Größe gleich ist; das Uebrige gibt sich dann von selbst, und somit kann jede Kreisfläche reingeometrisch in eine Quadratfläche verwandelt gedacht werden.

§. 75.

Es seye (Figur 33) der Kreis adca und das Quadrat efgh (§. 73) von gleichem Flächeninhalt. Man halbire am Quadrat die he und gf in i und k, so läßt sich leicht erweisen, daß ik auf he und gf senkrecht steht. Halbire die ik und bringe in Gedanken die Quadratfläche über die Kreisfläche von der Art, daß der Halbirungspunkt von ik auf den Mittelpunkt des Kreises und k in die bc fällt, so liegt auch i in der ba, und es ist klar, daß Dasjenige, was vom Kreis außerhalb dem Quadrat fällt, durch Dasjenige wiederum ersetzt wird, was außerhalb dem Kreis, aber doch im Quadrat liegt. So ist mithin das Stück lcml eben so groß, wie das Stück mnfm. Denn da, vermöge der Construction und der Lage des Quadrats, auf dem Kreise vier gleiche Stücke von letzterm abgeschnitten werden, die alle an Größe dem Stück lcml gleich sind; eben so auch vier gleiche Stücke außer dem Kreis, aber doch in dem Quadrat efgh liegen, daher ist auch jedes dieser vier Stücke dem Stück mnfm gleich. Es ist aber das Quadrat efgh dem Kreis adca gleich. Werden nun vom Kreise vier gleiche Stücke, nämlich jene, welche außerhalb dem Quadrat liegen, abgeschnitten, und wiederum durch vier andere gleiche Stücke, nämlich durch jene, die zwar außer dem Kreise, aber doch in dem Quadrat liegen, ersetzt,

so bleibt die Größe des Flächeninhalts dieselbe, und es muß daher auch das Stück lcml dem Stück mnfm an Größe gleich seyn.

§. 76.

In obigen §§. 73, 75 ist es nun erwiesen, wie man einen Kreis in ein Quadrat von eben so viel Flächeninhalt verwandeln kann. Die Darstellung in §. 75 wäre eigentlich unnöthig gewesen und geschah nur deßwegen, um zu zeigen, daß beide Stücke lcml und mnfm, welche also nicht einander congruent sind, doch an Flächeninhalt einander gleich seyn müssen.

Will man nun praktisch ein Quadrat construiren, welches beinahe eben so groß wie die Fläche des Kreises ist, so geschieht dies auf folgende Art. Es seye z. B. (Figur 31) der Durchmesser ac = 12', so läßt sich nach dem Ludolph'schen Verhältniß berechnen, daß der Umfang = 37, 68 beträgt. Die Fläche des Kreises ist also 3 X 37, 68 = 113, 04. Hieraus die Quadratwurzel gezogen, erhält man 10, 63 für die Seite eines Quadrats. Man kann also Dasjenige sinnlich darstellen, was früher im Geiste schon vorhanden war.

Wollte man hier die Einwendung machen, daß wenn man das Verhältniß des Durchmessers zum Umfang nicht wüßte, so könnte man auch nicht das Quadrat versinnlichen. Das ist wohl wahr, allein man darf nicht vergessen, daß das Sinnliche in der Theorie keinen Platz findet, sondern daß nur geistige Wahrheiten aufgenommen werden. Es ist aber (§. 73) gezeigt, daß der Kreis reingeometrisch in ein ihm an Flächeninhalt gleich großes Quadrat verwandelt werden kann, folglich ist in geistiger Hinsicht geleistet worden, was man verlangte. Was nachher noch geschah, um sich das Quadrat auch zu versinnlichen, gehört nicht mehr zur reinen, sondern zur angewandten Geometrie.

§. 77.

Anmerkung. Ehe ein anderer Abschnitt anfängt, sehe ich mich verpflichtet, vorerst all' denjenigen verehrten Männern, die sich bisher über meine sämmtlichen Arbeiten und Druckschriften in literarischen Blättern und sonstigen Zuschriften

geäußert haben (wenn sie auch gleich in gegenwärtigem Buche nicht alle vorkommen konnten, so werden sie bei einer andern schicklichen Gelegenheit noch erwähnt werden), oder die zur Verbreitung des Nützlichen derselben auf mancherlei Art mitwirkten, oder die sich auf meine Schriften subscribirt haben, und also beitrugen, daß ich solche zu Tage fördern konnte rc., meinen innigsten Dank zu bezeigen.

Dann ist noch zu erwähnen, daß wenn die Schreibart dieser Abhandlung, hinsichtlich der Paralleltheorie, etwas freimüthig abgefaßt scheinen sollte, so bitte ich zu bedenken, daß die Mathematiker die Veranlassung dazu gaben, und man erinnere sich des alten bewährten Sprichworts: Wenn das Herz voll ist, läuft der Mund über. Uebrigens glaube ich, daß ich Niemand dadurch beleidigen werde, welches auch meine Absicht wahrlich nicht ist. Sollte sich aber, gegen alle Erwartung, dennoch Jemand beleidigt fühlen, so reiche ich ihm freundschaftlich die Hand, mit der Versicherung, daß es gegen meinen Willen geschah und ich nur die reine Wahrheit, welche schon längst das Tageslicht erblickte, zur allgemeinen Kenntniß zu bringen mich bestreben will. Endlich finde ich noch nöthig, anzuführen, daß man meine Schreibart, etwa in Ansehung des Mangels der Regeln und der Gebundenheit, nachsichtig behandeln möge, weil ich, wie schon (Seite 94) angeführt wurde, in meinen jüngern Jahren nicht die Gelegenheit hatte, mich darin auszubilden; und in spätern Jahren, wo ich mit andern Gegenständen beschäftigt war, konnte ich das mir Mangelnde nicht mehr nachholen. Doch werde ich die gütigen Winke, welche ich hierüber schon erhielt, und die ich dankbar anerkenne, so viel es mir möglich ist, zu benutzen mich bemühen.

Vierter Abschnitt.

Einiges aus meinem Leben.

§. 78.

Mein Großvater, Philipp Bürger, mein Vater und Vaters Brüder sind von Oestringen gebürtig. Ersterer kam den 14. September 1711 auf die Welt. Oestringen gehörte damals zum Hochstift Speier und ist etwa 6 Stunden von Heidelberg und 2½ Stunden von Bruchsal entfernt.

Mein Großvater war praktischer Geometer. Sein Wirkungskreis in diesem Fache war ihm vielleicht zu beschränkt gewesen, daher bewarb er sich bei Seiner Durchlaucht, dem Churfürsten von der Pfalz, um eine Renovationsbedienung bei der geistlichen Güteradministration, die ihren Sitz in Heidelberg hatte. Er erhielt auch bald darauf diese Bedienung, wurde am 23. April 1747 als Renovator in Pflichten genommen und ist am 7. Mai 1748 mit seiner ganzen Familie von Oestringen nach Heidelberg gezogen. Damals war mein Vater beinahe 8½ Jahre alt.

Der Grund, warum mein Großvater sich um diese Renovationsbedienung bewarb, mag auch hauptsächlich gewesen seyn, weil alle Renovatoren in der Pfalz besoldet waren und eigentliche Staatsdiener gewesen sind; als aber in der Folge sich Vieles änderte, so wurden auch die, in dem laufenden 19. Jahrhundert, neu angestellten Renovatoren nicht mehr unter die Staatsdiener gerechnet und sind daher sämmtlich unbesoldet.

Die Worte Renovator und praktischer Geometer sind von gleicher Bedeutung. Das Wort Renovator kam damals in der Pfalz vielleicht davon her, weil an allen herrschaftlichen und geistlichen Gütern alle 15 Jahre die Untersuchung geschah,

ob sie noch ihre Grenzsteine besaßen. Die fehlenden Steine wurden dann nach älteren Grundrissen geometrisch bestimmt, folglich das Ganze gleichsam wiederum erneuert (renovirt).

Mein Großvater starb in Heidelberg den 12. November 1756 in einem Alter von 45 Jahren, 2 Monaten, nachdem er zuvor ein ganzes Jahr an der Brustkrankheit darnieder lag. Er hatte 13 Kinder, worunter sich 9 Knaben befanden. Von den Knaben blieben aber nur drei bei'm Leben, die 6 übrigen starben schon in den ersten Jahren ihres Alters. Er soll ein ernsthafter, strenger Mann gewesen seyn; aber lobenswerth war es, daß er seinen Kindern eine gute Erziehung zu geben suchte und auf die Ausbildung ihres Geistes viel verwendete. Seine drei Söhne haben studirt.

Ich bemühte mich schon sehr oft, Renovationsarbeiten von meinem Großvater zu Gesicht zu bekommen. Erst vor wenigen Jahren war ich so glücklich, solche zu erhalten, und bin nun im Besitz zweier Renovationen. Die eine, vom Jahr 1751, ist von dem Breidenhölzer Hofgut, in der Gemarkung des Orts Steinmauern (im Markgrafthum Baden, badischem Territorium), zu dem Stift Seltz gehörig.

Die andere ist vom Jahr 1754, über die Stift Klingenmünster Erbbestandsgüter zu Plankenborn.

In diesen beiden Renovationen konnte ich die geometrischen Arbeiten meines Großvaters beurtheilen. Sie enthielten viele Gründlichkeit. Die einzelnen Stücke waren unter andern nach der einfachsten Art aufgenommen. Die gemessenen Linien dienten auch zugleich zur Berechnung des Flächeninhalts. Da nun der reine Flächeninhalt der Stücke, bei einer guten Vermessung, eine vorzügliche Stelle einnimmt, auch in der Beschreibung Alles bestimmt ausgedrückt ist, so enthalten diese Renovationen all' Dasjenige, was man von ihnen verlangt.

Ich erwähne diese Stelle darum, weil ich in weit spätern Renovationen, die zum Theil im 19. Jahrhundert gefertigt wurden, gerade das Gegentheil fand. Die geometrisch aufgenommenen Güterstücke, wenn sie Vielecken waren, sind von der Beschaffenheit gewesen, daß Dreieck an Dreieck sich reihte, welche Verfahrungsart nicht allein die Vermessung aufhält,

sondern auch nothwendigerweise sich ein unrichtiger Flächeninhalt ergeben muß. Denn man kann doch nicht anders, als die, zur Berechnung des Flächeninhalts dienlichen, senkrechten Linien dieser Dreiecke nach dem verjüngten Maßstabe abnehmen. Oder will man diese senkrechten Linien mittelst der Kreuzscheibe bestimmen und dann messen, so würde man die Aufnahme des Stücks noch weit mehr erschweren. Also in beiden Fällen muß eine solche geometrische Aufnahme derjenigen weit nachstehen, wobei man auf die einfachste und sicherste Art verfährt, um den Flächeninhalt so rein wie möglich zu bekommen, wie der Fall in oben beschriebenen beiden Renovationen gewesen ist.

Als ich im Jahr 1812 von Reilingen, wo ich damals Geschäfte hatte, mit meinem Hauswirth, Herrn Claus, einen Spazierritt nach dem, nicht gar drei Stunden entfernt liegenden, Oestringen machte, fand ich mehrere meiner Anverwandten, die den Namen Bürger führten. Sie waren sämmtlich dem Acker- und Weinbau ergeben. Ich ließ mir das Haus meines Großvaters zeigen, wobei sich Folgendes ereignete. Als nämlich meine Anverwandten mich zu diesem Hause führten, erkannte ich es schon in einer kleinen Entfernung und deutete darauf hin. Meine Begleiter waren sehr darüber verwundert, denn ich hatte wirklich das wahre Haus bezeichnet und war doch noch nie in Oestringen gewesen, auch hatte ich nie etwas von diesem Hause erfahren. Ich löste ihnen nun das Räthsel. Es waren nämlich über dem Hausthorbogen die Quadrate des Pythagoräischen Lehrsatzes angebracht. Dieses sind geometrische Figuren, sagte ich ihnen, woran ich also leicht erkennen kann, daß dieses Haus einem Geometer, und also meinem Großvater mußte angehört haben. — Sie dankten mir für diese Auskunft und sagten, daß Keiner im ganzen Orte wisse, was dieses Ding bedeute.

§. 79.

Mein Vater, Adrian Philipp Bürger, wurde den 17. November 1739 zu Oestringen geboren. Als sein ältester Bruder, Johann Sebastian Stephan, den 17. Juni 1767 mit Tod abging, bewarb er sich um dessen Renovations-

bedienung, die er auch, vermöge Patent vom 21. November 1767, erhielt, und den 26. März 1768 in Pflichten genommen wurde. Sieben Jahre nachher ist auch meines Vaters jüngster Bruder, Philipp Heinrich, welcher noch der einzig lebende von seinen Geschwistern war, am 31. August 1774 gestorben, wobei mein Vater in das Hausbuch Folgendes schrieb:

„Nun ist die Reihe an mir; ich habe mich aber anders „besonnen, wie folgt:“

Diese Bemerkung zielte dahin, weil keines von meines Vaters Geschwistern verheirathet war. Er wurde darauf den 8. Mai 1775 mit Anna Theresia Langenbach, Tochter des Zollzeichenverwalters Langenbach zu Mannheim, zu Neckarau kopulirt.

Aus dieser Ehe kamen drei Knaben und drei Mädchen, sämmtlich in Heidelberg, auf die Welt. Wir haben unsern Vater früh verloren. Er starb den 14. Juli 1784 in einem Alter von 44 Jahren und nächst 8 Monaten. Ich kann mich seiner noch recht gut erinnern, obgleich ich damals nicht fünf Jahre alt war. Er soll ein rechtlicher und ehrlicher Mann gewesen seyn; auch hat er seine Renovationsgeschäfte verstanden, welches daraus hervorgeht, weil er (S. 175) Renovations-Examinator war, und dafür eine eigne Besoldung bezog. Auch soll er im kleinen Kreise guter Freunde sehr munter gewesen seyn und gute Gedanken gehabt haben, wo er sich also gerade zu meiner Mutter schickte, weil auch diese nach so vielen harten Schlägen des Schicksals immer heitern Gemüths gewesen ist, und sehr viel Mutterwitz besaß.

Sie erzählte mir einstmals vom Vater folgende Anekdote. „Als wir,“ sagte sie, „nebst einigen guten Freunden am „Trauungstage (8. Mai 1775) von Neckarau Abends sehr „spät hier ankamen, und der Kutscher mehrere Personen her„aus hob, und vielleicht in der Kutsche noch mehrere Stimmen „vernahm, rief er aus: „„Sapperment, wie viel sind denn „noch drin?““ so benutzte dies der Vater, machte leise die „andere Kutschthüre auf und bat die beiden, welche noch bei „ihm waren, mit ihrem Aussteigen etwas zu zögern. Er ließ „sich nun zuerst vom Kutscher herausheben, sprang aber, die

„Dunkelheit benutzend, um die Kutsche, stieg wieder hinein, „und als die zweite Person herausgehoben wurde, stieg der „Vater nochmals heraus, und so trieb er ein paarmal den „Scherz, so daß es Niemand bemerken konnte, wodurch nicht „nur die Verwunderung des Kutschers gesteigert wurde, son„dern sich auch die schon herausgehobenen Personen verwun„derten, weil sie von dem Vorhaben des Vaters nichts wußten.“

Ich habe noch ein geometrisch geschriebenes Buch von meinem Vater, worin zwar sein Name nicht beigesetzt ist, allein von ihm rührt es doch her, weil es von seiner eignen Hand geschrieben ist. Darin, und aus seinen Renovationen, konnte ich seine Gründlichkeit erkennen. In dem geometrischen Buche ist mancherlei Nützliches aus der Arithmetik und Geometrie abgehandelt. Der trigonometrische Theil ist ziemlich vollständig. Der Schluß des Buchs macht eine militärische Architektur, worin unter andern auch die Vauban'sche Fortificationsmanier vorkommt. Am Ende wird noch eine andere Manier gezeigt, welche Vauban vornämlich zu Neubreisach an einem regulären Achteck gebraucht. — Ein fast ähnlich geschriebenes geometrisches Buch, vom Mai 1756, besitze ich auch von meines Vaters oben erwähnten ältesten Bruder.

Meine Aeltern kauften von dem Universitäts-Ballmeister, Johann Anton Hartlieb und seinen Geschwistern das dahier an der Ziegelgasse befindliche privilegirte Ballhaus sammt Gebäuden, Gärten und allen zu einer Bierbrauerei und Branntweinbrennerei gehörigen Geräthschaften, dann das Billard nebst Zubehör. Das Ballhaus enthielt einen sehr geräumigen Platz, worin ehemals mit Wurfballen gespielt wurde, und welches bloß zur Belustigung hoher Herrschaften und der hiesigen Universität diente. Mein Vater wurde mithin in eine ganz andere Sphäre versetzt. Ich weiß nicht, ob er wohl daran that, sich, in seinen damals schon kränklichen Umständen, eine so große Last auf den Hals zu laden. Das Ballspiel war zwar damals, als mein Vater das Haus kaufte, nicht mehr üblich, allein die vielen Baureparaturen im Hause selbst, dann die Wirthschaft und die Verköstigung der Hartliebischen Geschwister nebst einer alten Base derselben, machten ihm doch

viel zu schaffen.*) Das Ballhaus bezog zwar alle Jahre aus der Staatskasse 100 Gulden Unterhaltungsgelder; meine Ael-

---

*) Ein Aktenstück von meines Vaters eigner Hand geschrieben, welches ich noch besitze, woran aber der Anfang und das Ende fehlt, und das vielleicht eine Vorstellung von ihm, wegen Erhaltung der besoldeten Ballmeisterstelle, mag betroffen haben, gibt hierüber ein näheres Licht. Er sagt nämlich darin:

« erhielten den 7ten Juni 1758 das gnadenvolle Rescript, wie « man nämlich » «« denen Hartliebischen Geschwistrigen zu Heidel-«« berg das für ihren Bruder Anton Hartlieb nachsuchende «« Bürger und Bierbrauer Zunftrecht dergestatten zu ertheilen be-«« wogen worden, daß sie weder hievon etwas zu entrichten schul-«« dig seyen, noch auch in denen von Ihro Kurfürstlichen Durch-«« laucht ihnen gnädigst concedirten Freiheiten, besonders der «« unter andern zu genießen habenden Personalfreiheit im min-«« desten gekränkt werden sollen. »»

« Aus allem diesen wörtlich hier angeführten höchsten Re-« script und besonders aus denen gnädigst zugewendeten jährlichen « hundert Gulden Erhaltungs-Geldern erhellet nun ganz klar die « Kurfürstl. gnädigste Intention, daß das pur allein zur Belusti-« gung des Landesherrn aus Privatmittlen erbaute Ballhauß fer-« nerhin unterhalten werden, und dann auch zur Ergötzlichkeit vor « die hiesige Universität dienen solle. »

« Die Hartliebische Geschwistere wurden indessen an und « über 80 Jahren alt, und darum viel zu ohnmächtig, der Haus-« haltung weniger der Wirthschaft vorzustehen; sie sahen sich ganz « nahrungs- und trostlos; nur vom Haußgesinde willkürlich be-« herrscht, sie befürchteten täglich mißlichere Folgen und entschlossen « sich daher mir, der ich ein Anverwandter bin und damahlen « einen Theil des Hauses bewohnte, das ganze Hauß mit allen « Zugehör käuflich anzutragen. — Ich spürte längsther, daß meine « gar schwächliche Leibes Constitution die meinem Renovatoren « Dienst anklebige Reisen und harte Strapatzen in die Länge aus-« zuhalten nicht im stand seyn, sondern in den besten Jahren, « gleichwie es meinem Vater und Brüdern in eben diesem Dienst « gegangen, unterliegen müsse, daß ich aber einstens bei einer häus-« lichen Ordnung und steter Diät meine Tage fristen, und dabei « in meinen auch aufhabenden Examinations Renovationen zu « Hauße mich täglich beschäftigen, und geistlicher Administration « häufige Diensten leisten könne; acceptirte demnach das Aner-« bieten, und der Kauf Contract kame unter den ausdrücklichen « Bedingnissen zu stand, daß ich, so lang sie lebten, bei ihnen woh-« nen, ihnen beistehen, zu ihrer gesicherten Unterhaltung ein stän-

tern mußten aber auch anfänglich, da das ganze Haus an Dach und Fach sehr baufällig war und sonst mehrere Verbesserungen gemacht wurden, sehr viel Geld in das Ganze verwenden. Da nun Alles in den besten Zustand versetzt war, starb mein Vater, wodurch meine Mutter in eine sehr bedrängte Lage kam. — Unser Vetter, der alte Hartlieb, den meine Mutter nun erhalten mußte, überlebte meinen Vater noch fünf Jahre und erreichte ein Alter von beinahe 90 Jahren.

Der braven Frau Huber, eine geborne Heinzemann, die noch hier wohnhaft ist und damals bei meinen Aeltern war, und nach dem Tode meines Vaters noch zehn Jahre, bis sie sich verheirathete, bei uns blieb, statte ich für ihre gütige, liebevolle Behandlung, noch jetzt meinen innigsten Dank ab.

Meine Mutter vereheligte sich wieder im März 1785 mit dem bei uns wohnenden Rath Wolff, in der Absicht, durch ihn bei der hiesigen geistlichen Administration, bei welcher er angestellt war, in der Folge irgend eine Unterstützung für ihre Kinder auszuwirken. Aus dieser Ehe kamen drei Kinder, ein Knabe und zwei Mädchen, auf die Welt.

„diges beitragen und sie also in allem verpflegen solle, wurde „auch solchermaßen den 5ten 9bris 1776 von Stadtraths wegen „gerichtlich ausgefertiget."

„Die Hartliebische drei ledige Geschwistere blieben annoch „in völligem Genuß und führten die Haußhaltung, so gut sie „konnten, unter sich fort, bis endlich die zwei älteste davon ver„storben und der wirklich noch einzig lebende 81jährige Anton „Hartlieb dieses Lastes müd ware. Er übergab mir also im „Juni vorigen Jahrs das ganze Haußwesen, benebst der Wirth„schaft unter andern noch mit dem Beding, daß ich es zwar vor „mich benutzen, ihn hingegen davor in Kost, Quartier, stän„digem Geld und allen nur möglichen Erfordernissen lebenslänglich unterhalten solle."

„Ich führte demnach in dessen Namen zeithero die Bier„brauerei und sonst hergebrachte Wirthschaft nicht nur allein fort, „sondern verwandte ein Ansehnliches zu Wiederherstell- und Ver„besserung deren längst ganz verlassenen Haußgebäuden „und Nahrungsgeräthschaften; wo"

§. 80.

Mein älterer Bruder, Joseph Adrian, (geboren den 8. April 1776), war ein sehr lebhafter, lustiger Geselle, und hat als solcher manchen Streich ausgeführt, über den man herzlich lachen mußte.

Von seiner angebornen Lebhaftigkeit nur ein Beispiel. Als kleiner Knabe hatte er einmal das Unglück (es war einige Jahre vor dem Tode meines Vaters), daß ihn ein Metzgerhund, den er streicheln wollte, anfiel, und ihm mit der Klaue das Auge sehr weit aufschlitzte, so daß man anfänglich den Verlust des Auges befürchtete und er von vier Mann mußte gehalten werden, um die schnelle Vereinigung am Auge hierdurch desto besser zu Stande zu bringen. Da sich aber zuletzt eine Falte zeigte, so mußte das Ganze wiederum aufgezogen werden, wobei mein Vater eine Ohnmacht bekam und weggebracht wurde. Die Heilung ging dann glücklich von Statten, so daß man in der Folge an diesem Auge nicht das Geringste bemerkte, und auch die Sehkraft dabei nichts litt. — In den ersten Tagen mußte sich mein Bruder ganz still verhalten; denn alles Reden war ihm streng verboten. Dies konnte er aber nicht lange aushalten, sondern fragte gleich den andern Tag die Mutter: „Wenn ich nicht reden soll, so darf ich doch „vielleicht singen und pfeifen."

Er zeigte früh sehr viel Anlage zur Musik, welche mein Vater bei folgendem Vorfall bemerkte. Er bekam nämlich als kleiner Knabe, wie es oft zu geschehen pflegt, zum Weihnachtsgeschenk eine Trommel. Auf derselben schlug er in wenigen Tagen die Rappel so gut, so taktmäßig und mit einer solchen Gewandtheit, daß sich mein Vater über ein solches feines Gehör verwunderte, und auf den Gedanken kam, diesen Knaben dereinst zur Musik zu bestimmen. Damals lagen die rothen Dragoner hier in Garnison und die Reiter wie die Fußgänger hatten, wie es auch bei den Franzosen soll gebräuchlich gewesen seyn, ihre Tambours *). Sie zogen alle

*) Die Reiter sollen ehemals in nöthigen Fällen auch die Dienste der Fußgänger verrichtet haben, darum waren auch ihre Karabiner mit Bajonetten versehen.

Tage vor unserm Hause vorbei. Mein Bruder, der also öfters trommeln hörte, machte nun auch Versuche auf seiner Trommel, die ihm auch wirklich gelangen.

Mein Vater that ihn bald darauf in die Lehre des würdigen, hier sehr bekannt gewesenen Docetti, der ihm Unterricht auf der Violine ertheilte. Mein Vater hatte noch bei seinen Lebzeiten die Freude, die schnellen Fortschritte seines Kindes in der Musik zu bewundern. Bald nach meines Vaters Tod war mein Bruder, damals 9 Jahre alt, auf der Violine schon so weit gekommen, daß er bei der Kirchenmusik, welche an Sonn- und Festtagen in der Kirche zum heiligen Geist gehalten wurde, mitspielen konnte, wo er auf einem Schemel stand, um die Noten lesen zu können. Er bezog dieselbe jährliche Besoldung gleich den übrigen Musikern, nämlich 50 Gulden an Geld, einige Malter Früchte und ein halbes Fuder Wein.

Welche große Freude dies für meine gute Mutter war, kann man sich vorstellen. Sie hatte doch die Hoffnung, eins von ihren Kindern in der Folge versorgt zu sehen.

So sehr mein Bruder Talent für die Musik besaß, so wenig geneigt war er, andere Sachen zu lernen. Nur für Musik und lustige Streiche war er beseelt, und es ist oft zu verwundern gewesen, wie er bei seiner angebornen Lebhaftigkeit so lange stillstehend an den Musikpult gefesselt blieb. Er kam im 16. Jahr seines Alters nach München, hat sich daselbst in seiner Kunst noch mehr vervollkommnet, und wurde bald darauf Hofmusikus.

Im Jahr 1799 hatten wir die Freude gehabt, ihn wieder einmal zu sehen. Ein Freund von ihm machte eine Reise nach Frankfurt am Main, wo er sich wegen Geschäfte einige Wochen aufhielt. Er nahm meinen Bruder mit, der nun Gelegenheit hatte, uns auf einige Tage zu besuchen. Er gab hier ein Konzert, welches gedrängt voll Zuhörer war, weil er noch im besten Andenken stand.

Schade, daß der Tod sich in München so frühzeitig bei ihm einfand. Ein Nerven- und Faulfieber, woran er 19 Tage lag, raffte ihn zu unserm größten Leidwesen am 16ten Mai 1806 in einem Alter von 30 Jahren hinweg. Er war übrigens sehr beliebt in München, das beweisen seine zahl-

reichen Freunde, die er gehabt hatte, und die sein Andenken, wie uns gesagt wurde, auf eine sehr ehrenvolle Weise feierten.

Es ist indessen bei meinem Bruder nicht eingetroffen, was ihm von dem verlebten Rath von Mieg als Andenken in's Kindbett geschickt wurde, nämlich:

„Extractus Calendarij de Ao. 1776."

„Ein Kind, im April geboren, wird arbeitsam und verschwiegen, heirathet zu rechter Zeit und erlanget ein hohes „Alter." Denn er war weder verschwiegen noch verheirathtet, und starb jung.

§. 81.

Am 18. August 1779 kam ich (Johann Anton Philipp) auf die Welt, und mein jüngerer Bruder (Johann Philipp) am 30. Mai 1781. Die zweite Verehligung der guten Mutter hat uns beiden Brüdern keine Rosen gebracht. Der Stiefvater war uns beiden niemals hold, darum suchten wir uns auch, so viel wie möglich, seinen Blicken zu entziehen. Schon am ersten Tage wurden wir von ihm gestraft. Wir mußten auf einem scharfschneidenden Holze knieen, und es wurden Nachbarsleute, die an unserm Brunnen Wasser holten, in das Zimmer gerufen, die uns in dieser Lage sehen mußten. Und was thaten wir? nichts, als daß wir unschuldigerweise im Hof herumsprangen. Ich fühlte damals das Unrecht sehr und dachte ganz verwundert: was geht uns denn der fremde Mann an und warum straft er uns? Wir kannten ihn nämlich nur von der Art, das er bei uns im Hause gewohnt hatte, wir wußten aber nicht, daß er nun unser Stiefvater geworden war. Die gute Mutter sagte uns dann in sichtbar bewegter Stimmung: „Das ist nun euer Vater; ihr müßt ihm gehorchen „und thun, was er sagt."

In gleichem Verhältniß stand auch unsere Geistesausbildung, für die sehr wenig gesorgt wurde, welches meiner guten Mutter großen Kummer verursachte. Wir hatten zwar Lehrer, welche freie Kost bei uns genossen, allein die Auswahl war übel getroffen, denn die Lehrer verstanden selbst nicht viel. Es waren also auch die Grundlagen, besonders in der lateinischen Sprache, bei uns schlecht bestellt. Als wir hernach in das

Gymnasium kamen, waren unsere Mitschüler uns an Vorkenntnissen weit überlegen. Ich hatte daher in der Schule immer die Ehre, einer von den Letzten auf den Bänken zu sitzen und ich war froh, wenn die Schule zu Ende ging, und noch angenehmer war es mir, wenn der Mittwoch erschien, wo uns öfters bei schönem Wetter die Professoren auf die Wiese des, eine halbe Stunde von hier entfernt liegenden Stifts Neuburg führten, wo mehrere Spiele veranstaltet wurden und wir Gelegenheit hatten, uns recht herumzutummeln. Da war es aber anders wie in den Schulen. Schon als Knaben zeigten wir keine Furcht auch bei den gefährlichsten Spielen, wobei es auch öfters ohne Balgereien mit fremden Knaben nicht abging. Die Spiele auf der Stiftswiese waren mir daher nicht fremd, und ich schickte mich dazu weit besser, wie zum Lateinlernen. Diese Spiele waren darum interessant, weil öfters das Stift von der einen Parthei mußte mit Sturm genommen werden.

Damals gab es auch oft Fehden mit den protestantischen Schülern, die nicht, wie jetzt, mit den katholischen in einer Schule beisammen waren. Auch war es gebräuchlich, daß die katholischen Schüler nicht ohne Mäntel in der Schule erscheinen durften. Auch haben sie, außer der Schule, durchaus keine Stöcke tragen dürfen. Wenn wir daher mit protestantischen Schülern in Berührung kamen, so waren wir oft sehr übel daran, weil diese mit Stöcken bewaffnet waren, und wir nicht. Da wir nun durch unsere Mäntel schon ausgezeichnet und leicht erkennbar waren, so wurden wir manchmal von mehreren geneckt und angegriffen. Wir halfen uns nun aus dieser Verlegenheit auf folgende Art. Unten an der Ecke des Mantels befestigten wir, zwischen das doppelte Tuch, eine Bleikugel, die also Niemand entdecken konnte. Wenn wir nun in hitzige Berührungen mit unsern Gegnern geriethen und angegriffen wurden, so konnten wir uns doch vertheidigen, und waren im Stande, tüchtig auf sie loszuschlagen, welches wir niemals versäumt haben. In der Folge wurde das Mänteltragen nicht mehr so streng geboten, bis es endlich ganz unterblieb.

Da ich keine Fortschritte in den Schulen machen konnte, so verlor ich auch alle Freude am Studiren. Folgender Umstand hat noch mehr beigetragen, mich davon zu entfernen. In

dem Winter 1794/5 war das kaiserl. königl. österreichische Hauptquartier hier. Der damalige Oberbefehlshaber, Herzog von Sachsen-Teschen, ließ auf seine Kosten durch den nun verlebten Freiherrn von Traitteur (Oberstlieutenant im k. k. österr. Generalstabe) ein Theater, gleich jenem zu Mannheim, erbauen, wozu unser Ballhaus, wegen seines großen Raumes, der schicklichste Platz in der Stadt gewesen ist. Das Theater enthielt ein geräumiges Parterre, zwei Reihen Logen und über denselben eine Gallerie. Eine herumziehende Schauspielergesellschaft, unter der Direction von Koberwein, die sich damals zu Straßburg aufhielt, wurde hieher berufen und ergötzte das Publicum besonders durch ihre schönen Ballette.

Unter den hohen Anwesenden, die sich damals hier aufhielten, befand sich auch Seine kaiserliche Hoheit, der, in der Folge durch seine glänzenden Waffenthaten hochgefeierte, Erzherzog Carl, welcher öfters das Schauspielhaus mit seiner hohen Gegenwart beehrte.

Unser Haus wurde damals in einen äußerst lebhaften Zustand versetzt. Man kann also sich vorstellen, daß all' dieses auf uns Knaben, die nie gewohnt waren, still zu sitzen, angenehm einwirken mußte. Es war uns freilich das Besuchen des Schauspielhauses, in das wir freien Eintritt hatten, von unsern Professoren untersagt, allein der Reiz war für uns zu groß, und wir konnten uns nicht enthalten, diesem Verbot öfters entgegen zu handeln. Dies war für uns gleichsam eine neue Welt und hatte für uns sehr viel Anziehendes, besonders wenn heroische Stücke aufgeführt wurden, die auf Jünglinge, wenn sie keine Schlafmützen sind, nicht wenig einwirken. Also abermals ein Umstand, der uns vom Lernen abhielt. Da nun die Professoren sahen, daß wir Brüder im Lernen nicht vorwärts schritten, und es besser wäre, wenn wir uns zu etwas Anderm bestimmen würden, so thaten sie unsern Aeltern den Vorschlag, uns aus den Schulen zu lassen. Dies geschah nun auch im Spätjahr 1795.

Damals zählte ich 16 Jahre — war also schon reif genug, um einzusehen, daß der Zustand der Unthätigkeit, in den wir nun versetzt wurden, nicht fortdauern könne. Doch an uns lag die Schuld nicht. Man faßte keinen Entschluß, was mit uns

anzufangen sey, und so blieben wir noch einige Zeit in einer noch größern Unthätigkeit, weil wir nicht mehr in die Schule gingen, auch sonst keine Beschäftigung hatten, und wir uns nun gänzlich überlassen waren. Dies war freilich ein nagender Kummer für unsere gute Mutter, die gewiß in dieser Hinsicht ganz unschuldig war. Sie berieth sich zwar öfters darüber mit ihren Freunden, da aber der Vater nicht ziehen wollte, und er sich ganz gleichgültig hierin bezeigte, obgleich er uns stets den Müssigang vorwarf, so blieb unser unthätiger Zustand immer derselbe.

Nun konnten wir ungehindert den Schauspielen beiwohnen, die auch sehr zahlreich gegeben wurden. Denn als Koberwein mit seiner Gesellschaft die Stadt verließ, kamen andere Schauspieldirectoren, namentlich Frodini, Löhlein, Reinberg, Appelt rc., welche alle eine geraume Zeit hier verweilten. Und da wir ein eignes Billard besaßen, welches zur Wirthschaft gehörte, so unterließen wir nicht, auch dieses oft zu belagern, besonders wenn wir mit Leuten spielen konnten, von denen wir wußten, daß sie brav Späne*) besaßen, an denen es uns leider oft mangelte.

An Unterhaltung hat es also nicht gefehlt, und wir hatten nicht Ursache, über lange Weile zu klagen. Dazu gesellten sich auch noch mehrere Affairen der Oestreicher mit den Franzosen, wenn letztere sich der Stadt annäherten, wobei wir immer sehr neugierig waren. Unser Herz schlug immer vor Freuden, wenn oft die braven Szekler Husaren in sehr kleiner Anzahl der weit größeren Menge Franzosen muthigen Widerstand leisteten. Ferner die Schlacht bei Handschuchsheim **) am 24. September 1795, und noch ernstlicher die blutige Bestürmung der Heidelberger Brücke durch die Franzosen am 16. October 1799, wobei viele Leute blieben. Davon war ich Augenzeuge. Auch fiel damals eine Granate, in der Größe einer Kegelkugel,

---

*) Ein ehemals gebräuchlicher Ausdruck und bedeutet: Einer, der Geld hat.

**) In der Steindruckerei von Handelsmann Trau dahier sind die Abbildungen von der Schlacht bei Handschuchsheim und von der Bestürmung der Heidelberger Brücke zu haben.

durch den Dachstuhl unsers Hauses, welche aber zum Glück nicht zündete, sondern sich bei'm Zersplittern zweier Balken nur neue Kräfte sammelte und sich auf dem Wiesenstück, zur Wirthschaft des Riesensteins gehörig, niederließ. Den folgenden Tag, bei'm Einmarsch der Franzosen in die Stadt, weil die Brücke nicht zu bestürmen war, die Oestreicher aber der größern Ueberlegenheit nicht widerstehen konnten und sich in der Nacht zurückziehen mußten, hätte ich wegen meiner Neugierde zweimal in große Verlegenheit kommen, vielleicht auch recht unglücklich seyn können.

Mein Bruder, Johann Philipp, war indessen schon früher, etwa im Jahre 1798 so glücklich, zu dem verdienstvollen, nun verlebten, Renovator Schwarz zu kommen, um bei ihm die praktische Geometrie zu erlernen. Ich weiß nicht, warum mich damals meine Aeltern nicht zur Erlernung dieser Wissenschaft bestimmt hatten, da ich doch älter wie mein Bruder war, und ich auch Freude an diesem Geschäfte hatte. Mein ferneres Schicksal sollte also noch unbestimmt bleiben. Doch habe ich damals besser, wie früher, verstanden, auch Etwas zu meiner Geistesbildung beizutragen. Eine innere Wißbegierde regte sich bei mir. Ich fand Vergnügen am Lesen nützlicher Bücher, wobei mich besonders Reisebeschreibungen und die Geschichte, wovon mir meine Freunde die Bücher liehen, angezogen haben. Dazu gesellte sich nothwendig das Studium der Geographie, welches mir darum leichter von Statten ging, weil ich unter den nachgelassenen Büchern meines Vaters auch den Handatlas von 26 Homannischen Landkarten vom Jahr 1754 erblickte, welcher mir eine große Freude verursachte. Eben so fand ich auch noch unter diesen Büchern z. B. das allgemeine ökonomische Lexicon, Leipzig 1731; dann das Real-staatszeitungs- und Conversationslexicon von Hübner, 1739 rc.

Nun theilte ich meine Zeit, ohne daß mich jemand erinnerte, gehörig ein, in der ich nun die einzelnen Gegenstände, welche mich interessirten, fleißig studirte, und mich recht darin einzuüben suchte, wobei mein gutes Gedächtniß mir treffliche Dienste leistete. So machte ich mir z. B. ein Verzeichniß von allen Haupt- und sonst merkwürdigen und bekannten Städten, Flüssen, Seen rc. aller Länder, die ich dann in den Karten

aufsuchte. Las ich Reisebeschreibungen und dergleichen, so lagen die Karten neben mir. Auf diese Art wurde ich allmälig einheimisch auf denselben, und ich konnte Jedem, der mich hierüber befragte, richtige Auskunft ertheilen. — Eben so suchte ich das wenige Rechnen, welches ich früher erlernt, aber gänzlich wieder vergessen hatte, hervor, und brachte es bald so weit darin, daß ich mir weit mehr, wie zuvor, davon eigen machen konnte.

Sonderbar, daß ich damals schon nach Wahrheit strebte und mich nur solche Bücher interessirten, die von wirklich stattgefundenen Begebenheiten handelten, und ich nie ein großer Freund von erdichteten Gegenständen z. B. Romanen und dergleichen gewesen bin.

Daß mir dergleichen Beschäftigungen auch nützlich waren, ist nicht zu läugnen, und obgleich sie mir keine Aussicht für die Zukunft darboten, so haben sie doch meine Wißbegierde immer rege erhalten, und ich habe den Nutzen davon erst in der Folge verspürt. — Zu diesen Beschäftigungen, die meinen Geist ausbildeten, gesellte sich auch noch das edle Schachspiel, welches ich damals zu lernen das Glück hatte, und dem ich anfänglich leidenschaftlich ergeben war. Obgleich ich es in diesem vortrefflichen Spiel nur bis zum Mittelmäßigen habe bringen können, so lernte ich in spätern Jahren doch einsehen, welchen großen Nutzen es herbeiführt, der von vielen Schriftstellern und Freunden dieses Spiels ganz unbeachtet zu seyn scheint, indem davon nie etwas erwähnt wird. Der große Nutzen besteht nämlich, meines Erachtens, darin, daß bei'm Erlernen des Spiels, gleich dem Studium der Mathematik, der Verstand, in Ansehung richtiger Schlüsse, geschärft wird. In dieser Hinsicht muß ich diesem Spiele eine Lobrede halten, die es auch gewiß verdienen wird, zumal da bei Spielendigungen vorzüglicher Meister das Matt ihrer Gegner in wenigen abgezählten Zügen oft so fein verborgen liegt, daß selbst geübte Spieler die Auflösung anfangs für unmöglich halten, bis sie endlich durch langes Nachdenken den Schlüssel finden und dabei gleichsam zur Bewunderung hingerissen werden. Solcher Endigungen sind aber schon Hunderte bekannt, die also den tiefen Geist dieses schönen Spiels genugsam verkünden.

Das Schachspiel und meine oben angeführten Beschäftigungen reizten meine Wißbegierde immer mehr, so daß ich großes Wohlgefallen daran fand. Endlich nahte sich der Zeitpunkt, wo auch mein Schicksal sich ändern und ich eine ganz andere Laufbahn betreten sollte. Es verbreitete sich nämlich im Frühjahr 1800 das Gerücht, daß alle junge streitbare Männer, die das Loos treffen würde, sich unter das Militär begeben müßten. Mein Bruder hatte schon längst gewünscht, die Welt zu sehen, und da er keine bessere Gelegenheit dazu hatte, als sich in damaliger Zeit dem Militärstand zu widmen, wozu er Freude hatte, und er auch glaubte, daß ihm bei diesem Stand seine, in der praktischen Geometrie erworbenen Kenntnisse nützlich seyn könnten, so meldete er sich bei dem hier anwesenden Herrn Oberst, Freiherrn von Wrede, nunmehrigen Fürst und Feldmarschall, und ging als Freiwilliger unter sein Bataillon. Am 8. April 1800 mußte er die Fahnentreu ablegen und war als Cadet aufgenommen.

Gern wäre ich meinem Bruder gefolgt, denn mir war das, im Grunde doch zu Nichts führende, Leben lästig. Auch ich wollte mich in der Welt umsehen und war dem Militärstande von jeher nie abgeneigt. Aber eine Drüsengeschwulst am Halse, womit ich schon seit einem Jahr behaftet war, hat meinen Wunsch nicht in Erfüllung bringen lassen. Ich widmete mich daher dem Renovationsgeschäft, welches sich freilich auch zu meinem Halsübel nicht recht schickte, von dem ich aber in der Folge glücklicherweise ganz befreit wurde.

Damals war ich 20 Jahre 7 Monate alt. Wer war froher wie ich, daß nun auch einmal eine Aussicht für mich sich zeigte. Es war auch im höchsten Grade Zeit, weil ich in den Jahren war, wo man schon längst seine künftige Bestimmung wissen sollte. Ich begab mich also zu dem würdigen Lehrer meines Bruders und bat ihn, mir nun auch Unterricht in der praktischen Geometrie zu ertheilen. Er that es, und ich konnte sogleich meine neue Laufbahn antreten.

Ich darf hier, aus inniger Dankbarkeit für meinen Lehrer, nicht verschweigen, was früher zwischen ihm und meinem Vater vorging. Mein guter Lehrer, Joseph Xaver Schwarz, von Heidelberg gebürtig, war in seiner Jugend

bei dem berühmten Astronomen Pater Mayer in Mannheim, und als Mayer von der russisch kaiserlichen Akademie der Wissenschaften nach St. Petersburg eingeladen wurde, um den berühmten Durchgang der Venus vor der Sonnenscheibe am 3ten Juni 1769 zu beobachten, wollte er den jungen Schwarz mitnehmen, allein dessen Aeltern gaben es nicht zu. Schwarz studirte nachher die Rechte und war im Begriff, sich examiniren zu lassen, als er auf Zureden des Paters Mayer sich entschloß, der praktischen Geometrie sich zu widmen. Er ging also zu dem Oberrenovator Dewarat nach Mannheim, und bildete sich in dieser Kunst aus. Da er nun in den 1780r Jahren (das eigentliche Jahr kann ich nicht bestimmt angeben) bei der geistlichen Administration dahier um eine Renovationsbedienung ansuchte, so erhielt mein Vater die Weisung, diesen jungen Mann zu prüfen. Bei dieser Gelegenheit lernte ihn mein Vater kennen, und konnte, wie mir meine Mutter nachher oft erzählte, die Fähigkeit und Geschicklichkeit desselben nicht genug rühmen. Er war über ein Jahr unentgeltlich in Kost und Wohnung bei meinem Vater und arbeitete beständig bei demselben. Da er nun sah, daß mein Vater immer kränker wurde, und jede Hoffnung zum Aufkommen verschwand, so sagte er einmal am Krankenbette zu ihm: „Wenn einer Ihrer „Söhne die praktische Geometrie erlernen will, so werde ich „an demselben Dasjenige thun, was Sie an mir gethan ha„ben.“ Dieses Versprechen hat der brave Mann an meinem Bruder, wie an mir, redlich erfüllt. *)

Ich hatte zwar auf Anrathen meines Bruders mich auch der praktischen Geometrie widmen wollen, und hatte etwa ein Jahr vorher bei zwei würdigen Männern Gelegenheit gehabt, geometrischen Aufnahmen einzelner Güterstücke beizuwohnen. Da ich aber bei denselben meistens nur mit dem Abschreiben schon gefertigter Renovationen beschäftigt war, und mir das

*) In der Folge genoß ich die Freude, das Vergeltungsrecht an Herrn Franz Schwarz, dem Sohne meines Lehrers und an dem Enkel, von dem schon (Seite 74) Erwähnung geschah, auszuüben, indem ich beiden Unterricht in der Geometrie ertheilt habe, und sie viele Fähigkeiten in dieser Wissenschaft an den Tag legten.

Auftragen der Figuren nach einem verjüngten Maßstabe, dann das Berechnen derselben ꝛc. immer fremd blieb, so machte ich auch keine Fortschritte. Ganz anders war es aber bei meinem neuen Lehrer. Ich mußte bei ihm alle aufgenommene Stücke auftragen und berechnen. Er lieh mir Bücher, die von der praktischen Geometrie handelten, z. B. Böhm, Zollmann ꝛc.; Penther's praktische Geometrie hatte ich noch von meinem Vater. Ich fand Wohlgefallen an der Meßkunst, studirte recht fleißig in diesen Büchern und machte bald bedeutende Fortschritte. In ein paar Wochen brachte ich meinem Lehrer schon die Aufnahme unsers Gartens, die ich mit meines Vaters Astrolabium vorgenommen hatte. Nun läßt sich freilich eine solche Figur leichter ohne Instrument messen, allein die Neugierde, sie mit dem Astrolabium aufzunehmen und mittelst eines Transporteurs aufzutragen, war so groß, daß ich ihr nicht widerstehen konnte. Als ich diese Aufnahme meinem Lehrer zeigte, verwunderte er sich, daß ich mit der Behandlung des Instruments schon so bekannt sey, und fragte, wer es mich gelehrt hätte? Ich sagte ihm: „Niemand hat mich's „gelehrt, sondern ich bin bloß allein nach der Anweisung in „Penther's Geometrie verfahren."

Ich war nicht lange bei meinem Lehrer, als mein Stiefvater den 23. April 1800 im 51. Jahr seines Alters starb. Er hätte in seinen Lebzeiten besser für uns sorgen können. Doch vergessen sey nun Alles, was er uns gewesen ist. Mein Bruder bat noch um einige Tage Urlaub, um der Beerdigung des Vaters beizuwohnen, weil gerade am Todestag das Bataillon, bei dem mein Bruder war, gegen den Oberrhein marschirte. Am 27. April ging er nun auch fort und ich begleitete ihn noch bis Leimen, wo wir Abschied von einander nahmen.

Das Scheiden von meinem Bruder, die betrübte Lage meiner guten Mutter mit ihren noch zu Hause habenden sechs unversorgten Kindern (mein älterer Bruder, Joseph, war in München, und meine jüngere Schwester, Maria, starb schon den 27. Juli 1794 in einem Alter von 11 Jahren 4½ Monaten), dann meine eigene Lage, gaben hinlänglichen Stoff zum Nachdenken auf dem zwei Stunden langen Weg. Fest war mein Entschluß gefaßt, die praktische Geometrie zu er-

lernen, mochte es mich auch noch so viele Mühe kosten. Denn da es bei mir in den frühern Schulen nicht recht vorwärts gehen wollte, so stellte ich mir bei'm Studium der praktischen Geometrie Schwierigkeiten vor, die ich wohl nicht würde überwinden können. Doch es ging besser, als ich mir's anfänglich dachte. Dazu hat freilich mein früheres Selbststudium anderer Gegenstände, das oben (Seite 183) erwähnt wurde, und wovon ich jetzt erst den Nutzen einsah, weil dadurch eine ungemeine Wißbegierde in mir erregt wurde, sehr viel beigetragen, eben so auch die klare und faßliche Darstellung in Penther's Lehrbuch, wo man die Gegenstände ohne fremden Unterricht sehr leicht von selbst erlernen kann, wenn man nur will.

Ich hatte ein ganzes Jahr bei meinem Lehrer zugebracht, und hatte mir in dieser Zeit eine große Fertigkeit im Aufnehmen nicht unbedeutender Gegenstände, mit Hülfe des Meßtisches und des Astrolabiums, erworben. Auch konnte ich Figuren in beliebige Theile zerlegen und einen Grundriß sauber zeichnen, als ich durch einen Umstand einsehen lernte, daß mir zu einem praktischen Geometer noch sehr viel fehlte, wenn ich mit Sicherheit arbeiten wollte. Ich hatte nämlich bisher Alles nur mechanisch getrieben, wie es allenfalls in Penther's praktischer Geometrie vorkommt. Den Grund konnte ich aber nicht angeben, warum Etwas auf diese oder jene Art gemacht wird. Mein Freund, der im Jahr 1813 verlebte Schullehrer Nadler (ein in dem Schulfach sehr geschickter Mann, der sich außerdem durch Selbststudium noch andere Kenntnisse gesammelt hatte), gab damals gerade meinen Schwestern Unterricht auf dem Klavier, und kam einmal in mein Zimmer, als ich einige Winkel mit dem Transporteur aufzutragen hatte. Er machte mich zuerst auf die Grundlehren der Geometrie aufmerksam und fragte mich bei folgenden zwei sehr einfachen Sätzen, nämlich: „Wie beweisen Sie denn z. B. an Figur 9 „an der geraden da, wie viel die beiden Winkel dbc und „cba zusammen an Grade betragen?“ Die zweite Frage war: „Sind die Scheitelwinkel zweier sich schneidenden geraden Li„nien von gleicher Größe oder nicht?“ — Ich blieb nicht lange die Antwort schuldig, nahm sogleich (ächt mechanisch) meinen

Transporteur und zeigte, daß die Summe der beiden Winkel 180 Grad betrage; eben so machte ich auch den Beweis von der Gleichheit der Scheitelwinkel. Mein Freund war aber mit dieser Beweisart nicht zufrieden, sondern zeigte mir jene, die in den geometrischen Büchern vorkommt. Diese zwei Sätze bewies er mir und sonst keine; denn in der Folge überzeugte ich mich, daß er sich nicht viel Kenntnisse in der Geometrie gesammelt hatte, wozu ihm wahrscheinlich sein zu besorgender Schuldienst und seine noch übrigen Geschäfte keine Zeit übrig ließen. Diese Sätze machten aber einen unbeschreiblichen Eindruck auf mich, vermuthlich aus dem Grunde, weil ich die Wahrheit bis auf den Punkt hinaus bewiesen fand. Hieran kann man zugleich erkennen, wie fremd mir damals die Theorie war, weil mich die Beweise dieser zwei einfachen Sätze so einnehmen konnten. Nun erst lernte ich einsehen, wie wenige Fortschritte ich in der Geometrie gemacht hatte und wie viel noch nachzuholen sey. Ich verlegte mich nun mit allem Fleiße und Eifer auf das Studium der Theorie, durchsuchte noch am nämlichen Tage meines Vaters Bücher, und fand darunter zu meiner großen Freude Wolf's Anfangsgründe der Geometrie, worin ich obige zwei Beweise meines Freundes erblickte. Ich lernte bald strengere Beweise kennen, als ich sie in Penther's Geometrie fand, daß z. B. in einem Dreieck die 3 Winkel zusammen 180 Grad betragen, oder daß ein Parallelogramm ganz rein in ein ihm gleiches Dreieck verwandelt werden könne. Ich bekam also von dieser Zeit an eine sehr große Hochachtung für die Geometrie, die in der Folge, als ich mir einmal mehr Kenntnisse darin erworben hatte, noch mehr gesteigert wurde.

Bei meinem Lehrer, der mit vielen praktischen Geschäften überhäuft war, konnte ich die theoretische Geometrie nicht erlernen. Dazu wird auch, wenn man sie gründlich fassen will, ein Mann erfordert, der sich bloß allein mit dem Unterrichtertheilen in der Theorie abgibt. Diese Gelegenheit fehlte mir nun gänzlich, und es blieb mir kein anderes Mittel übrig, als die theoretische Geometrie selbst zu studiren.

Meine Mutter verkaufte damals (1801) gerade ihr Wohnhaus, das sogenannte Ballhaus. Es hatte sich dasselbe nicht

mehr, wie früher, verinteressirt; der Staat hatte die 100 Gulden Erhaltungsgelder, welche dem Ballhaus jährlich bezahlt wurden, eingezogen. Das Haus war ihr also jetzt eine große Last. Sie mußte sich daher sehr einschränken, besonders, da sie noch keinen Wittwengehalt bezog. Ich konnte daher von meiner Mutter keine weitere Unterstützung erwarten; genug, daß sie mir Kost und Wohnung frei gab, die ich ungern von ihr annahm, weil mein einziger Gedanke nur der war, mich in den Stand zu setzen, um meiner guten Mutter aus dem Brod zu kommen und sie auch überdieß noch unterstützen zu können.

Unter den mancherlei Schwierigkeiten, die mir in den Weg kamen, und die mein Selbststudium sehr erschwert haben, befand sich auch der große Mangel an Zeit. Den ganzen Tag war ich bei meinem Lehrer, entweder mit geometrischen Aufnahmen auf dem Felde beschäftigt, oder ich mußte diese Gegenstände bei ihm zu Hause nach dem verjüngten Maßstabe auftragen, ihren Flächeninhalt berechnen, Figuren theilen, Renovationen ausarbeiten helfen, Plane zeichnen ꝛc. Dadurch erlangte ich zwar in praktischer Hinsicht, sowohl auf dem Felde, wie zu Hause, eine große Fertigkeit, allein das gründliche Studium der Geometrie mußte mir doch auch angelegen seyn. Es blieb mir also zur Erlernung der Theorie bei Tage keine Zeit übrig, wozu ich nun mehrere Stunden der Nacht widmen mußte. Wie oft bin ich bei geometrischen Arbeiten auf dem Felde Abends so müde gewesen, daß mir des Nachts die Ruhe auf meinem Lager wohlgethan hätte, besonders wenn die Aufnahmen beschwerlich waren, z. B. bei nassen Wiesen, bei Bergstücken ꝛc., weil ich bei meinem Lehrer selbst mit den Ruthen messen mußte. Auch kam ich öfters, vom Regen durchnäßt, nach Hause, oder die nassen Kleider mußten den Tag über im Felde wieder an meinem Körper trocknen. Doch alle diese Beschwerlichkeiten, die jedem praktischen Geometer wohl bekannt sind, ertrug ich sehr gern. Mein Eifer bei'm Studium gönnte mir nicht die Nachtruhe. Denn tief in die Nacht hinein, wo Andere schon lange in weichen Betten sich dem süßen Schlafe ergeben hatten, war ich mit meinen Büchern beschäftigt. Ich dachte aber: dieser Zustand dauert nur

so lange, bis ich einmal in meinem Fache als Renovator angestellt bin, dann wird es schon besser gehen. Dies war aber leider bei mir gerade der entgegengesetzte Fall, wie die Folge noch zeigen wird.

Das Andere, was mich in meinem Studium hinderte, war der Mangel an guten Büchern, denn weil ich mir kaum meine Kleider verdienen konnte, so habe ich auch nicht viel auf gute Bücher verwenden können. Doch war ich einmal so glücklich, bei einem Antiquar mir folgende Bücher anzuschaffen.

Wolf's Anfangsgründe der mathematischen Wissenschaften in 6 Theilen; denn von diesem Werke fand ich unter meines Vaters Büchern nur denjenigen Theil, der von der Geometrie handelt.

Ferner Kästner's Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie rc. 1792.

Euklid's Elemente von Hauf. Marburg 1797 und

Clem's mathematisches Lehrbuch. Stuttgart 1777.

Diese 4 Werke bekam ich zusammen um 2 fl. 48 kr. Ich war sehr erfreut darüber und ich dünkte mich reich zu seyn, als ich mich im Besitz dieser 4 Bücher befand. In der Folge sann ich nach, wie ich meinen Büchervorrath auch hinsichtlich der praktischen Geometrie vermehren könnte, allein vergebens; die Hauptsache, das Geld, fehlte mir dazu, bis ich endlich auf einen guten Gedanken kam, mit wenigem Geld doch viel zu erwerben, nämlich: mich als Bürger der staatswirthschaftlich hohen Schule einschreiben zu lassen, um die Bibliothek benutzen zu können. Dies geschah nun auch im Januar 1803.

Als ich zum erstenmale tausende von Büchern in der Bibliothek dieser Schule erblickte (es war die erste Bibliothek, die ich damals in meinem Leben gesehen hatte), so bemächtigte sich meiner ein Gefühl, das ich nicht zu beschreiben vermag. Es war mir gleichsam, als käme ich in einen großen Saal, worin die würdigen Verfasser dieser aufgestellten Werke lebend versammelt wären, die ich im Stillen bat, mir mein Studium zu erleichtern, und mich mit Rath und That in meinem Unternehmen kräftig unterstützen zu wollen.

In dieser Rührung verließ ich die Bibliothek, fest ent-

schlossen, Alles aufzubieten und allen Fleiß anzuwenden, um das mir vorgesteckte Ziel zu erreichen, nämlich die Geometrie, der ich mich nun einmal widmete, gründlich zu erlernen.

Wie mühsam es ist, ohne Lehrer (bei meinem Lehrer machte ich mir, wie schon oben erwähnt, bloß die praktische Geometrie eigen) und bei so weniger Zeit, die mir zum Studiren übrig blieb, die Grundlehren der schweren Wissenschaft der Geometrie bloß aus todten Werken zu erlernen, läßt sich leicht einsehen. Anfänglich glaubte ich nicht, daß mir mein Vorhaben gelingen würde, allein mein eiserner Fleiß und ein unbegrenzter Eifer, der durch die mathematischen Wahrheiten immer mehr erhöht wurde, thaten bei mir treffliche Wirkung und es schien gleichsam, als hätten mich die Geister dieser Werke auf eine unsichtbare Weise begünstigt. Es gelang, und die Grundlehren der Geometrie machte ich mir eigen.

So vergingen nun noch zwei Jahre, bis sich eine Aussicht für mich eröffnete. Im Amte Weinheim sollten nämlich viele Vermessungen geschehen, die man mir übertragen würde, wenn ich als Renovator gehörig geprüft und verpflichtet wäre. Ich meldete mich daher bei der einschlägigen Staatsbehörde um Zulassung zu dieser Prüfung, die auch im Juni 1805 bei dem Ingenieurdepartement zu Karlsruhe, durch die beiden würdigen, nun verlebten Männer, nämlich Oberstlieutenant Vierord und Hauptmann und Oberingenieur Tulla*) Statt fand, wobei mir deren gütige Behandlung unvergeßlich bleiben wird.

Als meine Prüfung in Karlsruhe beendigt war, erhielt ich ein Schreiben an den nun verlebten Ingenieurhauptmann Käßberg, welcher damals bei Hockenheim mit der geometrischen Aufnahme der Waldungen beschäftigt war. Dieser hatte den Auftrag, mir ein Stück Wald zur Aufnahme zu geben, und noch über verschiedene Gegenstände der Meßkunst mit mir zu reden, dann meinen gefertigten Waldplan nach Karlsruhe zu senden, um sich überzeugen zu können, ob ich auch

*) Ist derselbe, welcher schon früher (Seite 122) genannt wurde.

in praktischer Hinsicht die gehörigen Fähigkeiten besäße. Meine nachherige Waldaufnahme, die Hauptmann Käßberg sorgfältig prüfte, und meine Antworten, die ich ihm auf seine Fragen gab, — denn er fragte besonders, wie die mancherlei Meßinstrumente geprüft werden, und wie man verfahren müsse, wenn schon beträchtlich große geometrische Aufnahmen vorgenommen werden sollen — diese Antworten gefielen dem würdigen Manne so gut, daß er nebst meinem Plan noch einen sehr vortheilhaften Bericht, wegen meiner Befähigung als Renovator, an das Ingenieurdepartement nach Karlsruhe sandte.

Unterm 26. October 1805 (Nr. 9984, II S.) bekam ich von dem kurfürstlichen Hofraths-Collegium in Mannheim mein Annahmsdecret zugeschickt, wonach ich von dem kurfürstlichen geheimen Finanzraths-Collegium zu Karlsruhe, vermöge wohlbestandener Prüfung und abgelegter Proben meiner Kenntnisse, als Renovator, jedoch ohne fixes Gehalt und lediglich gegen den Bezug der regulirten Gebühren, gnädigst angestellt, und nachher bei der Landvogtei Dilsberg in Pflichten genommen wurde. Bald darauf fand ich auch mein Annahmsdecret im Provinzialblatt der badischen Pfalzgrafschaft, Nr. 46, vom 13. November 1805, worin es heißt: „In „Gemäßheit kurfürstlich geheimer Finanzraths-Entschließung „vom 9. dieses, ist Joh. Ant. Phil. Bürger von Heidelberg, „nach vorgängig wohlbestandener Prüfung als Renovator, „gegen Bezug der regulirten Gebühren, angestellt worden. „Mannheim, den 26. October 1805.“

„Kurfürstlicher Hofrath der badischen Pfalzgrafschaft.“

„vdt. Bettinger.“

Als meine Mutter einmal Abends nach Hause ging, so waren zwei Herren vor ihr, die aus der Lesegesellschaft kamen und wovon der eine fragte: „Kennen Sie einen jungen „Mann, Namens Bürger, von hier, der, vermöge dem „neuesten Provinzialblatt, in seiner Prüfung als Renovator „so wohl bestanden seyn soll?“ „„Nein!““ war die Antwort. Da dachte meine Mutter bei sich: hier könnte ich die beste Auskunft geben. Uebrigens hat sie sich doch sehr gefreut über Dasjenige, was sie gehört hatte.

Im Frühjahr 1806 kam ich nach Weinheim zu wohnen.

In der Gemarkung daselbst bekam ich gleich einige Gewannen-eintheilungen zu besorgen, worin die größte Unrichtigkeit herrschte. Doch ein noch weit größeres Geschäft sollte mir zugetheilt werden. Der damalige unermüdliche, nunmehr verlebte, Oberamtmann Beithorn war schon längst mit der Idee beschäftigt, in seinem Amtsbezirk Weinheim einen großen Nutzen hervorzubringen, nämlich große Strecken, man kann sagen sumpfigen Landes, besonders von den Gemarkungen Hemsbach und Laudenbach trocken zu legen und urbar zu machen. Dazu war ein vollständiger geometrischer Grundriß nöthig, worauf alle trockne, eben so auch alle sumpfige Stellen, ferner die zahlreichen Abzugsgräben, alle Brücken, Wege und Stege, alle Grenzen der Ortsgemarkungen 2c. genau aufgenommen und deutlich angezeigt seyn sollten. Das Ganze umfaßte einen Distrikt von 13,300 Morgen Nürnberger Maaß, den Morgen zu 160 Quadratruthen gerechnet (Nach dem seit 1829 eingeführten neuen badischen Maße würde dieser Distrikt 13,941 Morgen enthalten). Der Distrikt, an welchem eilf Gemeinden Theil hatten, war im Durchschnitt etwa 3½ Stunden lang und 1½ Stunde breit, und sollte nach höherer Verordnung aufgenommen und in Grund gelegt werden.

Ich bekam im nächstfolgenden Jahr meiner Anstellung, im Sommer 1806, den Auftrag, dieses höchst wichtige, aber eben so schwierige, Geschäft vorzunehmen. Sehr erfreut, daß man mir, als jungen Anfänger, so viel Zutrauen schenkte, unterzog ich mich, ohne Widerrede, dem mir gewordenen Auftrag, und erblickte in jener Aufforderung bloß eine Gelegenheit, mich nützlich zu machen und vortheilhaft auszuzeichnen. In der That brachte ich auch das Geschäft zur großen Zufriedenheit des betreffenden Beamten, Oberamtmann Beithorn, und ich darf hinzusetzen, sämmtlicher Betheiligten, zu Stande. Selbst der Staat hatte nachher durch dieses Austrocknen einen sehr bedeutenden Nutzen, der von der höchsten Regierung anerkannt worden ist, wie es die, durch das Regierungsblatt vom 7. Januar 1809 bekannt gemachte gnädigste Entschließung beweiset. Es heißt nämlich:

„Ehren-Auszeichnung."

„Da die Urbarmachung der Viehweiden in den Gemar-

„kungen Hemsbach und Laudenbach vorzüglich das Resultat „jenes unermüdlichen Eifers ist, mit welchem der Amtmann „Beithorn in Weinheim seit mehreren Jahren diese wichtige „Verbesserung der Landescultur betrieben und endlich durchge- „setzt hat, so haben Se. königl. Hoheit zur Auszeichnung „seines Verdienstes demselben die goldene Verdienstmedaille zu „verleihen geruht."

„Karlsruhe, den 24. December 1808."

„Ministerium des Innern."

"Freiherr von Hake."

vdt. Büchler.

So nützlich dieses Geschäft auch für die betreffenden Ortsgemeinden ausgefallen ist, und so sehr ich mich noch freue, daß auch ich einen Theil dazu beigetragen habe, so schmerzlich ist mir aber jede Rückerinnerung an dasselbe; denn all' dasjenige Mißgeschick, was mir seit 1806 widerfahren ist, habe ich lediglich dieser geometrischen Aufnahme zuzuschreiben, weil dabei meine Gesundheit unwiderbringlich zerstört wurde. Obgleich ich alle mögliche Kunstgriffe, ohne der geometrischen Genauigkeit zu schaden, anwendete, um meine Gesundheit dabei zu erhalten, so konnte doch nicht Alles umgangen werden, und so befand ich mich denn öfters bei'm übernommenen Geschäft ganze Wochen hindurch in Sumpf und Wasser stehend und wadend. Die Folge davon war, daß ich im Spätjahr 1806 in der Gemarkung Laudenbach, woselbst sich das meiste Wasser befand, krank und von einem äußerst heftigen rheumatischen Uebel befallen wurde. Von Laudenbach, wo ich einige Tage bettlägerig zubrachte, kam ich nach Weinheim und von da hierher, wo ich den Winter von 1806 auf 1807 krank lag.

Etwas späterhin widerstanden zwar meine Jugendkräfte und gute körperliche Konstitution einigermaßen dem Uebel, da ich mich aber bei der Nothwendigkeit, mir durch Renovationsgeschäfte meinen Unterhalt zu verschaffen, nicht so schonen konnte, wie es meiner Gesundheit wegen hätte geschehen müssen, und ich mich vielmehr öfters den Unbilden der Witterung aller Art aussetzen mußte, die ein praktischer Geometer nicht vermeiden kann, so nahm in der Folge das Uebel mehr zu

als ab, und setzte sich immer mehr bei mir fest, wobei ich ganz besonders an Engbrüstigkeit litt, und ich einigemal meinem Ende ganz nahe zu seyn glaubte.

Nur ein Fall soll hier als Beweis angeführt werden, wie wenig ich mich schonen, und wie sehr dergleichen Strapatzen auf meinen geschwächten Körper einwirken mußten. Im Jahr 1807, wo ich wegen der, im vorhergehenden Jahre geschehenen, Aufnahme der sumpfigen Gegend im Weinheimer Amt noch nicht ganz gesund hergestellt war, wurde mir wiederum ein bedeutendes Geschäft, die Generalrenovation von der Reilinger Gemarkung, angetragen. Ich nahm sie darum mit Freuden an, weil ich auf trocknem Boden arbeiten konnte, und mir die Beschäftigung in freier Luft zu meiner Gesundheit zuträglich war. Denn ich durfte es nicht wagen, die Gräbenaufnahme zu Weinheim, die noch nicht ganz beendigt war, fortzusetzen, sonst würde ich mir unfehlbar den Tod zugezogen haben.

Die Ursache, warum die Generalrenovation zu Reilingen vorgenommen wurde, war folgende. Die reformirte Kirchencommission hatte, vermöge ihren vom Jahr 1740 in Händen habenden Urkunden, 45 Morgen Feld zu Reilingen hinter dem Biblistwald liegen, von dem sie aber, nicht nur damals (1740), sondern seit undenklichen Zeiten keinen Nutzen ziehen konnte, weil die sämmtlichen Begüterten des Feldes sich diese 45 Morgen bei'm Einbauen der Aecker entweder allmälig, oder auf welche Art es geschehen seyn mag, zugeeignet hatten. Der Felddistrikt, in 360 Morgen bestehend, sollte demnach geometrisch aufgenommen, die einverleibten Güter wiederum aufgesucht und der Kirchencommission zugetheilt werden. Es kam nun im Spätjahr 1807 zwischen gedachter Commission und der Gemeinde Reilingen zu einem Vergleich, der Art, daß sich erstere statt 45 Morgen mit 20 Morgen begnügte, die ihr auch wirklich zugetheilt wurden, so daß sie nun schon 25 Jahre im vollen Besitz derselben ist, deren Genuß sie seit undenklichen Zeiten entbehren mußte.

Da die Begüterten im Frühjahr 1808 ihre neuen Aecker wiederum einbauen sollten, so blieb nichts Anderes übrig, als mehrere Tage im Winter von 1807 auf 1808 auf dem Felde

zuzubringen. Es wurde daher bei der strengen Kälte gemessen und mehrere Gewannenpunkte abgesteckt, worunter sich etwa 30 befanden, die besonders wichtig waren. Um diese Punkte also zu sichern, mußten kleine Pfähle in den Boden geschlagen werden, die bis zum künftigen Frühjahr 1808, wo die Eintheilung der neuen Aecker geschehen sollte, stehen bleiben mußten. Hier war aber guter Rath theuer, weil der sandige Boden, der ohnedieß leicht gefriert, stark gefroren war. Doch die Noth ist erfinderisch. Ich ließ Holz aus dem nahen Walde herbeischaffen, dann wurde um jeden dieser Punkte ein Feuer gemacht, wodurch der Boden erwärmt und gleichsam aufgethaut wurde. Auf solche Art erreichte ich vollkommen meinen Zweck, denn nun konnten die Pfähle gesichert und mit leichter Mühe tief genug in den Boden geschlagen werden.

Dieses Beispiel soll nur als Beweis dienen, daß mir der mehrtägige Aufenthalt in der Kälte, der doch nicht zu vermeiden war, unmöglich gut seyn konnte. Solche Strapazen mußten natürlich auf meinen Körper um so mehr wirken, weil ich mich wegen der, im verwichenen Jahr 1806 geschehenen, Aufnahme der Abzugsgräben zu Weinheim meiner vorigen Gesundheit noch lange nicht erfreuen konnte.

Im Jahr 1818 und wiederholt im Jahr 1819 mußte ich auf hiesige ärztliche Verordnung, mit bedeutendem Zeit- und Kostenaufwand, die Bäder zu Wiesbaden und zu Schwalbach, dann im Jahr 1825 das Bad zu Langenbrücken besuchen. Der Gebrauch der Bäder verschaffte mir zwar einige augenblickliche Erleichterung, aber im Grunde wurde das Uebel so wenig dadurch gehoben, daß ich vielmehr die Ueberzeugung seiner Unheilbarkeit dadurch erhielt, und seitdem bin ich in dieser Ueberzeugung, je länger, je mehr bestärkt worden.

In meiner kränklichen Lage, die sich immer mehr verschlimmerte, traf mich auch noch der empfindliche Schlag, daß meine innigst geliebte Mutter am 4. November 1824 in einem Alter von 71 Jahren, 6 Monaten starb. Dieser Verlust war für mich das Herbste, was mir in meinem Leben widerfahren ist. Die Wunde, die ich dadurch erhielt, ist noch nicht geheilt, und wird auch nie heilen. Meine Mutter, Maria Theresia, eine geborne Langenbach, kam am 29. April

1753 zu Mannheim auf die Welt. Sie besaß eine seltene Gesundheit, war ausnehmend munter und voll guter Einfälle; sie liebte ihre Kinder wahrhaft, worunter ich keine Affenliebe verstehe, die so vielen Aeltern eigen ist. Sie war sehr religiös und in ihrer Andacht von wahrer Frömmigkeit ganz durchdrungen. Sie besaß eine gesunde Beurtheilungskraft, verbunden mit einem guten Gedächtnisse, und konnte nicht so leicht hintergangen werden. Sie hatte eine vortreffliche Stimme und ihr Gesang war anmuthsvoll; auch hatte die Natur sie, in Ansehung ihres Aeußern, nicht stiefmütterlich behandelt. Sie hatte 9 Kinder, die alle die Muttermilch einsogen, bis auf meinen älteren Bruder, ihr erstes Kind, der mit Wasser und Milch auferzogen wurde. Aber eine Leidensmutter war sie im höchsten Grade und ist es auch bis an ihr Ende geblieben. Ich weiß oft, daß Andere Trost bei ihr suchten und getröstet von ihr gingen, da sie ihn doch selbst vonnöthen hatte und sich in Leiden befand. Ihre beiden Männer waren kränklich, mit denen sie daher viel hatte ausstehen müssen. Das große kostspielige Hauswesen, besonders in zweiter Ehe, verursachte ihr vielen Kummer, eben so ihre anwachsenden Kinder, weil sich so wenig Aussicht zeigte, sie versorgen zu können. Nicht minder betrübend war ihr die große Gleichgültigkeit und Strenge des Stiefvaters, besonders gegen uns Brüder.

In ihren alten Tagen, wo sich Alles besser gestaltete, so daß sie hätte ruhiger und sorgenfreier leben können, wurde sie von körperlichen Uebeln befallen. Sie war gesund bis den 18. März 1810, also fast 57 Jahre alt, wo sie Mittags nach dem Essen plötzlich vom Schlage gerührt wurde. Ach! das war ein herzzerreißender Anblick für uns, die gute Mutter, gelähmt an den Gliedern, hinfallen zu sehen. Ihre gute Natur half freilich, daß sie es in der Folge allmälig wieder bis zum Alleingehen bringen konnte. Doch der Schlag fand sich bald nachher wieder ein und zwar stärker, wie anfänglich, und so wurde sie in einem Zeitraum von wenigen Jahren fünfmal von demselben getroffen, wodurch sie so mürbe gemacht wurde, daß sie, ohne Hülfe anderer, nicht mehr allein im Zimmer gehen konnte, welches dieser, von Natur sehr lebhaften, Frau äußerst ungewohnt that. So brachte sie nun

noch ihr mühseliges, schmerzvolles Leben 14 Jahre und 7 Monate bei den Ihrigen zu, bis sie am 31. Oct. 1824 bedenklich krank wurde und sich von Tag zu Tag immer mehr verschlimmerte, so daß sie am 4. November Abends 8 Uhr verschied.

An ihrem Sterbetage, Morgens 8 Uhr, als ich allein an ihrem Bette war, bemerkte ich an ihrem Halse eine starke Bewegung von wenigen Secunden, endlich kamen mit lauter Stimme die zwei Worte hervor: „ich sterbe“, welche mich wie ein schneidendes Schwert durchdrangen. Denn da sie seit ein paar Tagen kaum hörbar reden konnte und ich nun wiederum ihre volle Stimme vernahm, so konnte ich mir schon einen Begriff machen, welche Kraftanstrengung erforderlich war, um diese zwei Worte, welche auch ihre letzten waren, noch hervorzubringen. Sie lebte nun noch 12 Stunden, aber nicht das leiseste Wort ließ sie mehr von sich hören. Diese zwei letzten Worte sind mir daher noch frisch im Andenken und werden mir auch unvergeßlich bleiben. Sie wollte mir gleichsam ihren gewissen Tod verkünden, da sie doch den Tag vorher immer noch in der Hoffnung lebte, daß ihr Ende noch nicht so nahe sey. Man kann ja nicht wissen, was bei manchen Menschen innen vorgeht, wenn sie sich ihrem Ende nahen. Sie können ja plötzlich etwas ganz Zerstörendes in sich fühlen, welches ihnen gewiß den Tod bringen muß.

Ich konnte mich nun von meiner Mutter nicht mehr trennen, bis Abends 6 Uhr, wo sie anfing, so stark zu röcheln, daß ich es nicht mehr hören konnte. Ich mußte mich entfernen und empfahl meine sterbende Mutter unsern guten Freundinnen Förster, Grammlich, Kaltenhäuser und der Wärterin Rößle, die den Tag über gleichfalls am Krankenbette waren, und bis bei'm letzten Athemzug bei ihr blieben, wofür ich denselben nochmals meinen innigsten Dank bezeige. Zwei Stunden nachher hatte meine gute Mutter ihr beschwerdevolle Lebensbahn vollendet.

So weh es mir geschahe, und so sehr man mir abrieth, weil ich selbst kränklich war und acht Wochen vorher die Ruhr hatte, die mir sehr meine Kräfte raubte, so konnte ich mich doch nicht enthalten, meine verewigte Mutter bis an das Grab zu begleiten. Es wäre mir ein immerwährender Vor-

wurf gewesen, und würde wenig Zartgefühl für meine Mutter bewiesen haben, wenn ich dies unterlassen hätte. So aber bin ich nachher beruhigt gewesen. Man kann den Aeltern für Das, was sie uns gethan, nicht genug schuldige Dankbarkeit und Liebe darbringen. Sie, die uns so oft durch's Leben begleiten, die so oft in unserer Kindheit für uns wachen und stets wegen uns besorgt sind — ach, was thut nicht ein Mutterherz für ihre Kinder! — verdienen doch, daß man sie selbst, wenn's anders möglich ist, zu ihrer Ruhestätte führe. — Sanft ruhe nun die Asche der guten Mutter.

Nun werde ich den Schluß meiner Lebensbeschreibung folgen lassen. Das Gift, welches bei dem Weinheimer Geschäft in mich überging, sollte mich nicht gleich tödten, sondern wirkte langsam und war daher für mich weit quälender. Mit kränkelndem und geschwächtem Körper, nur allzu oft den Unbilden der Witterung aller Art ausgesetzt, wie es häufig der Fall bei der Ausübung der praktischen Geometrie ist, verrichtete ich in der Folge dennoch meine zahlreichen Geschäfte in mehreren Ortsgemeinden. Endlich aber verließen mich meine Kräfte dermaßen, daß ich von meinem, mir lieb gewordenen, Geschäfte (praktische Geometrie), dem ich mit Leib und Seele noch zugethan bin, wehmüthig Abschied nehmen mußte. Im Spätjahr 1827 vollendete ich zu Seckenheim das letzte Geschäft. Seit dem bin ich in die betrübteste Lage versetzt; denn mein älterliches Vermögen habe ich, während meiner Dienstzeit als Renovator, in meinem mehrjährigen kränklichen Zustande durch kostspielige Arzeneimittel und auswärtige Bäder schon lange aufgeopfert gehabt, und da ich, vermöge meinem (Seite 193) erwähnten Annahmsdecret, keine Besoldung beziehe und mein Verdienst bloß allein in Taggebühren besteht, ich aber meinem Geschäfte seit fünf Jahren nicht mehr vorstehen kann, und mir also alle Arbeit abgeschnitten ist, so kann man sich, ohne daß es nöthig ist, noch eine nähere Erläuterung hierüber zu geben, schon vorstellen, wie meine dermalige Lage beschaffen seyn mag *), die dadurch

---

*) Man darf dasjenige (Seite 73) Angeführte für keinen Nahrungszweig ansehen; denn da das Publicum, welches sich der Geo-

noch verschlimmert wird, weil ich wegen kränklichen Umständen nicht aus dem Hause kann, und ich auch solches, gleich einem Gefangenen, seit anfangs December 1830 nicht mehr verlassen konnte.*)

Es thut weh, da ich vorhin einen großen Theil meines Lebens in Bewegung und in beständig gesunder, freier Luft zubrachte, worin ich mich auch gleichsam gestärkt fühlte, meine Lage aber jetzt so beschaffen ist, daß ich stets die Zimmerluft einathmen muß, und ich, ohne Stock mich nicht mehr recht im Zimmer fortbewegen kann, ich auch fühle, daß ich vielleicht noch diese kleine Wohlthat einbüßen werde, wo ich dann nur allein an meinen Stuhl und an mein Nachtlager gebunden bin.

Ich habe mich zwar schon früher, als ich noch nicht so hinfällig war, wie ich jetzt bin, um eine andere Anstellung beworben, etwa im Rechnungsfache, welcher ich hätte recht gut vorstehen können, und wobei auch mein Körper mehr wäre geschont worden, wie bei der praktischen Geometrie. Allein all' mein, selbst mit den triftigsten Gründen versehenes, Bemühen war vergebens; es hatte sich nie eine vacante Stelle für mich gezeigt; ich mußte also bei meinem Geschäft, welches ich freilich sehr ungern verlassen hätte, bleiben, wobei ich nur noch vollends meine Gesundheit ruinirte.

Dieses ist nun die kurze und, vermöge meiner Wahrheitsliebe, getreu entworfene Schilderung meines Lebens. Wollte man aber dennoch an derselben zweifeln, so daß man glaubte, mein Zustand wäre nicht so beschaffen, wie er bisher beschrieben wurde, so könnte derselbe gewiß nicht lange verborgen bleiben, weil man, da ich hier geboren und erzogen bin und meistens hier gewohnt habe, meine Umstände genau kennt. Ein bitteres Erdenloos war mir also zu Theil geworden, indem ich gleich anfangs meiner Anstellung als Re-

---

metrie widmet, sehr klein ist, und sich noch überdieß mehrere hier befinden, die Unterricht in der Geometrie ertheilen, so beträgt dasjenige, was ich dabei verdiene, äußerst wenig.

*) Schon früher ist mir das Gehen auf der Straße sehr beschwerlich gefallen, darum habe ich auch die Beleuchtung hiesiger Stadt am 10. Mai 1830 nicht in Augenschein nehmen können.

novator in Berufsgeschäften meine Gesundheit für immer eingebüßt habe. Schrecklich täuschte ich mich in meinen jüngern Jahren, indem ich glaubte, mich nach Vollendung meines Studiums in eine bessere Lage versetzen zu können. Es waren nur süße Träume gewesen, auf die ein namenloses Leiden folgte.

Höchst betrübend war es für mich, bei allmälig abnehmenden Kräften ein vortheilhaftes Geschäft um das andere, ohne irgend einen Ersatz dafür zu haben, verlieren zu müssen. Doch darin war ich wiederum sehr glücklich, und bin es noch jetzt, daß ich in all' meiner betrübten Lage noch heitern Gemüths und gesund am Geiste war, und ich mich immer zu fassen wußte, wobei ich also meine unzähligen Leiden, in die ich unverschuldeterweise gerathen bin, leichter ertragen konnte. Auch haben meine guten Schwestern, Catharina Bürger und Elisabetha Wolff, bei denen ich bin, obgleich beide schon mehrere Jahre kränklich sind, dennoch mir mein herbes Schicksal durch gute Behandlung zu erleichtern gesucht, eben so auch mein guter Freund, der Herr Registrator Kornacher, welcher schon 30 Jahre bei uns wohnt, wofür ich nun denselben innigst meinen Dank bezeige.

So sehr mir nun das Glück, in vieler Hinsicht, bis auf den heutigen Tag augenscheinlich mißgünstig war, und ich ein besseres Loos verdient zu haben glaube, so verzweifle ich in meiner dermaligen Lage dennoch nicht. Vielleicht ist mir dasselbe doch noch gewogen, so zwar, daß, wenn die gütige Vorsehung mein Leben noch fristen sollte, ich in meiner kränklichen Lage doch wenigstens sorgenfreiere Tage erleben kann, wie die bisherigen gewesen sind. Es kann sich also auch noch das Glück, wenn man sich so ausdrücken darf, erweichen lassen, weil unverschuldetes Unglück stets rege Theilnahme gefunden hat.

Ich konnte nie müssig seyn, mein Geist mußte immer Beschäftigung haben. An jenen Tagen, wo ich wegen kränklicher Umstände meinem Geschäft, als praktischer Geometer, auf dem Felde öfters habe nicht vorstehen können, und also auch im Zimmer unbeschäftigt war, wurde ich auf andere Gegenstände hingelenkt. Mein Nachdenken wurde mir reichlich (jedoch nicht pekuniär) belohnt. Denn gerade in meinem

kränklichsten Zustande, worin man, welches gewiß verzeihlich gewesen wäre, den Muth zu allem ernsthaften Nachdenken hätte leicht verlieren können, gelang es mir, einige wichtige Erfindungen, im Gebiete der Mathematik, zu machen. Es blieb mir also der einzige Trost, daß meine Arbeiten in meinem Geschäftskreise sowohl, wie in jenem, die Wissenschaft zu fördern, überall für nützlich anerkannt, und mit dem größten Beifall aufgenommen wurden, welches die Zeugnisse, die ich aus mehreren Orten des In- und weit entfernten Auslandes hierüber aufweisen kann, und wovon mehrere Beweise in vorliegender Abhandlung gegeben sind, genugsam zu bestätigen scheinen. Diese Orte sind nun:

Karlsruhe, Heidelberg, Lörrach, Mannheim, Offenburg, Reilingen, Schwetzingen, Seckenheim, Weinheim und Wiesloch.

Ferner vom Auslande:

Aschaffenburg, Berlin, Darmstadt, Essen und Duisburg, Halle, Jena, Ingolstadt, Landshut, Leipzig, München, Stuttgart und Wien.

Was mag wohl den großen, unermüdlichen, Eifer und die unbegrenzte Liebe zu mathematischen Wissenschaften in mir, auch in meiner betrübtesten Lage, so rein und unversehrt erhalten haben? Denn man erinnere sich nur an das Aufsuchen eines Beweises in der hartnäckigen Paralleltheorie, wozu gewiß eine eiserne Geduld gehört, um dabei auszuharren. Ich glaube, daß es, wenn ich mich so ausdrücken darf, bloß allein in meinem Blute liegt, und daß ich zum Geometer geboren zu seyn scheine, weil, wie schon früher (Seite 175) erwähnt, mein Vater, mein Großvater und zwei meines Vaters Brüder Geometer waren, und ich die Grundlehren der Geometrie ohne alle fremde Hülfe von selbst habe erlernen können, denn mein Vater starb, als ich erst fünf Jahre alt war, und meine Mutter konnte wegen meiner noch übrigen Geschwister, bei ihren ohnehin beschränkten Umständen, nichts auf uns verwenden.

Man sollte eigentlich glauben, daß mein Nachdenken über geometrische Gegenstände auch mitunter zu meiner Kränklichkeit beigetragen habe, allein dies scheint bei mir nicht der Fall gewesen

zu seyn. Im Spätjahr 1806 verlor sich meine Gesundheit und im November 1814 fing ich an, mich mit dem Aufsuchen eines Beweises in der Paralleltheorie zu beschäftigen, dessen Geschichte, und was eigentlich die erste Veranlassung dazu war, ich bei einer andern Gelegenheit ausführlich erwähnen werde. Während dieser achtjährigen Zwischenzeit bin ich sehr oft krank und daher in meinem Geschäfte aufgehalten gewesen. Ich war einer zarten Pflanze zu vergleichen, die, einmal zerknickt, sich nie mehr erheben kann. In der Folge fand ich, daß mir die geistigen Beschäftigungen eine Wohlthat waren, wobei ich nicht das geringste Unannehmliche verspürte, im Gegentheil den betrübten Zustand, worin ich mich befand, darüber vergessen habe. Manches Neue, bis jetzt noch Unbekannte, wurde erfunden, woran man zweifeln mag, weil es, unter andern, Gegenstände betrifft (§§. 23, 24, 25, 29), die man zu erweisen vielleicht für unmöglich hält. Ich bitte aber meine verehrten Leser, sich nur der Paralleltheorie zu erinnern, die auch sehr schwierig war, und wovon man ebenfalls einen Beweis zu ergründen für unmöglich hielt. Und doch wurde in gegenwärtiger Abhandlung das Gegentheil davon gezeigt und Alles in geometrischer Schärfe, worauf ich von jeher besonders bedacht war, bewiesen. Eben so reingeometrisch läßt sich all' Dasjenige erweisen, was in oben erwähnten vier §§. angeführt ist, und welches einen Theil desjenigen Buchs geben soll, von dem (§. 22) Erwähnung geschah, das sowohl für Theoretiker, wie Praktiker, brauchbar wäre; und wenn ich mich auch gleich kränklich fühle, so würde die Ausarbeitung des Buchs doch vor sich gehen, weil ich geistig gesund bin, und in meinem dermaligen kränklichen Zustande auch vorliegende Abhandlung geschrieben habe. Folgender Vorschlag würde daher dienen, wie ein solches Buch etwa könnte zu Stande kommen.

Vorschlag, wie etwa ein nützliches geometrisches Buch zu Stande gebracht werden könne.

§. 82.

Das §. 22 erwähnte, zu fertigende geometrische, Buch würde jene Gegenstände, welche oben (§. 23 bis einschließlich §. 48, wovon jedoch Dasjenige meiner Multiplicationstafeln in §. 23 bis 45 gegenwärtiger Abhandlung meistens schon vollständig geschehen ist) angeführt sind, noch ausführlicher behandeln, wenn meine Umstände besser beschaffen wären. Auch würde ich vielleicht noch manche Lücke in meiner Lebensbeschreibung ausfüllen, z. B. die erste Veranlassung zur Auffindung eines Beweises in der Paralleltheorie rc., welches in gegenwärtigem Buche nicht geschehen konnte, weil ich die Grenzen, die ich mir zog, nicht überschreiten wollte. Der große Nutzen mancher dieser Gegenstände, besonders für die Wissenschaft, leuchtet von selbst hervor, und es ist also nicht nöthig, noch etwas Weiteres davon zu erwähnen. Es würde mir sehr leid thun, wenn ich Dasjenige, was mir aufzufinden glücklicherweise gelang, nicht zu Tage fördern könnte, und ich es also unbekannt lassen müßte. Doch hege ich noch die Hoffnung, daß diesem Fall vorgebeugt werden könne. Ich wende mich daher an meine edeln deutschen Landsleute. Wenn diese aus gegenwärtigem Buche erkennen, daß mir, hinsichtlich der Paralleltheorie, das unmöglich Scheinende möglich wurde, wodurch die Wissenschaft ungemein viel gewann, und daß ich glaube, meinen Mitmenschen nach meinen geringen Kräften noch auf andere mehrfache Art genützt zu haben, und ich, wie es aus meiner Lebensbeschreibung klar hervorgeht, durch unverschuldete Unglücksfälle leider gehemmt bin, denselben ferner nützlich zu seyn, so zweifle ich nicht, daß meine deutschen Landsleute dieses erkennen, und mich in meinem Unternehmen durch zahlreiche Subscriptionen auf mein vorhabendes, mit großen Kosten verbundenes, Werk kräftig unterstützen werden. An der Aechtheit der theoretischen Gegenstände, die das Buch enthalten würde, und die sämmtlich reinerwiesen sind, darf man darum nicht zweifeln, weil eben diese Gegen-

stände schon lange geprüft sind, und ich, vermöge meiner Natur, als wahrheitsliebender Mann, das Publicum nicht täuschen kann. In diesem Punkt hat mich der oben (§. 10) angeführte Recensent durch und durch geschaut, und wenn Mehrere, die meine Schriften lesen, dieselbe Ansicht haben, dann kann ich mich glücklich schätzen und mein vorhabendes, kostspieliges Unternehmen auch ausführen. Ich wende mich daher

An die hohen Regierungen, als die wirksamsten Beförderer der Künste und Wissenschaften.

An alle Hochschulen; denn in jeder Bibliothek *), worin mathematische Werke vorkommen, sollte auch dieses Werk vorhanden seyn, weil die mathematische Literatur, hinsichtlich der Theorie der geraden Linie und der Ebene keines dieser Art besitzt.

An alle theoretische, wie praktische Geometer; denn jeder derselben wird hinlänglich Befriedigung finden, besonders die Critiker der Paralleltheorie.

An alle polytechnische und andere Lehranstalten, weil in solchen der Grund zu den geometrischen Wissenschaften gelegt wird.

An alle Freunde und Liebhaber der Geometrie, welche das Studium dieser Wissenschaft bloß zum Vergnügen wählen, welches häufig der Fall ist.

An jene Studirende, die sich zwar andern Wissenschaften widmen, aber die Geometrie noch nebenbei wählen, weil es schon längst, wie Schulz sagt, anerkannt ist: der wichtigste Nutzen der Geometrie bestehe darin, daß keine Wissenschaft den Verstand so sehr schärft und im gründlichen Urtheilen, ja selbst im Erfinden so übt, als sie.

An jene hochherzige Männer, die so viel für Künste und Wissenschaften thun, die also einige Exemplare dieses Werks an unbemittelte junge Leute, welche fleißig studiren, gratis vertheilen könnten.

An alle landwirthschaftliche Vereine, hinsichtlich einer bes-

---

*) Daß gegenwärtige Abhandlung, was die Paralleltheorie betrifft, auch dafür dienlich seyn kann, wird wohl keinem Zweifel unterliegen.

sern Feldeintheilung, worauf man ein besonderes Augenmerk richten sollte.

Endlich lade ich auch das ganze rechnende Publicum zur Subscription ein; denn es wird demselben doch vielleicht interessant seyn, eine Erfindung näher kennen zu lernen, wonach man, auf einem noch nie betretenen Weg, nicht nur das Produkt zweier Zahlen sehr einfach und ohne Multiplication finden kann, sondern sich noch andere beschwerliche Rechnungsarten äußerst kurz darstellen lassen, ein Verfahren, welches oben (§. 40) mit dem größten Beifall aufgenommen wurde.

Der Subscriptionspreis für ein Exemplar, das etwa 36 gedruckte Bogen in groß Octav nebst 7 bis 9 Figurentafeln enthalten würde, ist 3 fl. 30 kr. rheinisch oder 2 thlr. sächsisch.

Bei 9 Exemplaren wird das 10te gratis gegeben. Der Ladenpreis wird um ⅓ Theil höher gesetzt.

Die Subscription bleibt auf unbestimmte Zeit offen, und wenn ich an Kosten und bisheriger Zeitversäumniß — weil es meistens Geistesarbeiten von der Art sind, die anhaltendes Nachdenken erfordern — hinlänglich gesichert bin, was auch das verehrte Publicum ganz billig und angemessen finden wird, dann werde ich im Gothaischen allgemeinen Anzeiger der Deutschen und noch in einigen öffentlichen Blättern Nachricht geben, daß das Werk der Presse übergeben wurde. *)

Die Herren Subscribentensammler bittet man, ihre Listen gefälligst, leserlich geschrieben und frühzeitig, an Herrn Georg Reichard dahier, oder an den Verfasser, portofrei einzusenden, indem die Namen und Charakter der Herren Subscribenten dem Werke beigesetzt werden.

Durch das frühzeitige Einsenden dieser Listen, wird man auch in den Stand gesetzt, zu erfahren, ob das Werk bearbeitet und der Presse übergeben werden kann oder nicht.

---

*) Wenn die Subscription zahlreich ausfällt, so wird bei dieser öffentlichen Bekanntmachung zugleich mitbemerkt, daß der Subscriptionspreis auf dieses Werk noch heruntergesetzt wird, auch wird dann bei 8 Exemplaren das 9te gratis gegeben, der Ladenpreis bleibt aber, wie er oben angeben ist, nämlich 4 fl. 40 kr. rheinisch oder 2 thlr. 14 gr. sächsisch.

Man subscribirt bei allen soliden Buchhandlungen Deutschlands, welche den gewöhnlichen Rabatt genießen und gebeten werden, Ihre Bestellungen an oben genannten Herrn Georg Reichard dahier, welcher die Commission übernommen hat, auf dem Weg des Buchhandels einzusenden.

Briefe und Gelder, welche letztere gleich nach Ablieferung der überschickten Exemplare bezahlt werden, bittet man, an alle Buchhandlungen und hierher, portofrei zu senden.

Da nun meine wenigen Schriften, die bisher im Buchhandel erschienen sind, vom In- und Auslande so gut aufgenommen wurden, wovon im gegenwärtigen Buche die Beweise gegeben sind, und ich mir schmeicheln darf, daß auch eben dieses vorliegende Buch, worin alle bewiesene Sätze gewiß evident dargestellt sind, eben so gut wird aufgenommen werden, so lebe ich in der besten Hoffnung, daß meine deutschen Landsleute mir auch das Zutrauen zu dem künftig erscheinenden Werke schenken und mich mit zahlreichen Subscriptionen erfreuen werden, besonders, da dieses neue Werk Gegenstände (die Theorie der geraden Linie und jene der Ebene) enthalten würde, an die zu erforschen man bisher noch nicht gedacht hat, und wodurch die erhabenste aller Wissenschaften, die Mathematik, den höchsten Grad von Vollkommenheit erreichen würde, einen Grad, den ihr keine andere andere Nation auf Erden, als nur das deutsche Vaterland, gegeben hätte.

Verbesserungen.

Seite 2	Zeile 23	statt sie	lese man: wo sie
„ 21	„ 11 von unten	st. IV	l. VI
„ 26	„ 15	st. FGM	l. FGM (Fig. 1.)
„ 27	„ 16	st. mo	l. me
„ 34	„ 24	st. b	l. m
„ 39	„ 6	st. glaube	l. weiß
„ 64	„ 5 v. u.	st. (*)	l. *
„ 76	„ 11 u. 13 v. u.	st. Parallellinien	l. Paralleltheorien
„ 84	„ 13 v. u.	st. Scharfblick	l. Blick
„ 91	„ 1	st. $\sqrt{}$ac =	l. ac = $\sqrt{}$
„ 111	„ 3 v. u.	st. VI	l. IV
„ 125	„ 1	st. Revovation	l. Renovation
„ 157	„ 12	st. (3, II und III)	l. (§. 3, II und III)
„ 165	„ 7	st. lage	l. linie

Die übrigen wenigen, nicht angezeigten Buchstabenfehler ergeben sich von selbst.

In den Figurentafeln ist manchmal der Buchstabe e nicht kenntlich genug ausgedrückt.

Verbesserungen.

Seite 2	Zeile 23	statt sie	lese man: wo sie
" 24	" 14 von unten	st. IV	l. VI
" 26	" 15	st. FGM	l. FGM (Fig. 1)
" 27	" 16	st. mo	l. me
" 34	" 24	st. b	l. m
" 39	" 6	st. glaube	l. weiß
" 64	" 5 v. u.	st. G	l. c
" 76	" 11 u. 13 v. u.	st. Parallellinien	l. Paralleltheorien
" 84	" 13 v. u.	st. Scharfblick	l. Blick
" 91	" 1	st. $\sqrt{ac} =$	l. $ac = \sqrt{}$
" 111	" 3 v. u.	st. VI	l. IV
" 125	" 1	st. Renovation	l. Renovation
" 157	" 12	st. (3, II und III)	l. (§. 3, II und III)
" 165	" 7	st. Lage	l. Linie

Die übrigen wenigen, nicht angezeigten Buchstabenfehler ergeben sich von selbst.

In den Figurentafeln ist manchmal der Buchstabe e nicht kenntlich genug ausgedrückt.

Wir empfehlen allen Mathematikern, insbesondere aber allen praktischen Geometern, folgendes, ebenfalls bei uns erschienene, wichtige Werk, das sich in jeder soliden Buchhandlung vorräthig findet:

TAFELN

zur

Berechnung der Coordinaten

bei

Gemarkungs- Flur- und Gewann-Aufnahmen,

so wie

Forstvermessungen

mit dem Theodolit.

Berechnet und herausgegeben

von

Tenner,	*Reissig*, und	*Reutzel*,
Grofsh. Hess. Bezirks-Einnehmer.	**Grofsh. Hess. Oberforst-directions-Accessist.**	**Geometer des Grofsh. Hess. Catasters.**

Groß 4. Geh. Preis fl. 11. rhein. oder Thlr. 6. 12 gr. sächs.

Wenn gleich der Meßtisch überall, wo es bloß um ein ähnliches Bild zu thun ist, den Vorzug unter den zu wählenden Instrumenten behauptet, so läßt sich doch nicht verkennen, daß er nur auf einen verhältnißmäßig kleinen Maasstab beschränkt ist, und so oft ein genauer Flächeninhalt oder Abmessungen in Zahlen nothwendig sind, noch besondere Brouillons dabei geführt werden müssen.

Diejenige Methode ist daher in letzterem Falle die beste, welche die Coordinaten eines jeden zu bestimmenden Punktes der Aufnahme in Zahlen für eine gemeinschaftliche Axe giebt, die zu jedem besonderen Zweck in dem passendsten Maasstabe aufgetragen werden können. Diese Methode läßt sich am leichtesten mit dem Theodolit ausführen; und man wird sich sehr bald überzeugen, daß die dazu erforderlichen Rechnungen

nicht so enorm und zeitraubend sind, als Diejenigen wohl vorgeben mögen, welche an die älteren Methoden gewöhnt, schon vor dem Gedanken an eine trigonometrische Rechnung zurückbeben. Hinreichend wird der Rechner durch die mannichfachen Controlen belohnt, welche sich ihm darbieten; nach vollendeter Rechnung hat er die beruhigende Ueberzeugung, daß ihm während des Auftragens kein Hinderniß mehr aufstoßen könne, da seine ganze Arbeit bereits in sich abgeschlossen und vollendet ist.

Die Berechnung der Coordinatendifferenzen hat bei diesen Messungen hinreichende Schärfe, wenn sie mit fünfstelligen Logarithmen geführt wird. Doch läßt sich nicht läugnen, daß das Aufschlagen von 5 Logarithmen bei jedem einzelnen Punkte ermüdend bleibt, und daß daher solche Tafeln, in welchen man das Resultat durch einmaliges Aufschlagen ohne weitere Rechnung finden könnte, einem großen Bedürfnisse abhelfen, und die Arbeit auf 1/5 der bisherigen reduziren würden. Die Hrn. Tenner, Reissig und Reutzel haben dieses höchst verdienstliche Werk unternommen, und Tafeln berechnet, bei welchen zwar die Decimaltheilung zum Grunde liegt, die aber zu gleicher Zeit die correspondirenden Grade der alten Theilung enthalten, und daher für letztere gleich brauchbar sind.

Heidelberg.

Gg. Reichard.

Bayerische Staatsbibliothek München

Tafel I.

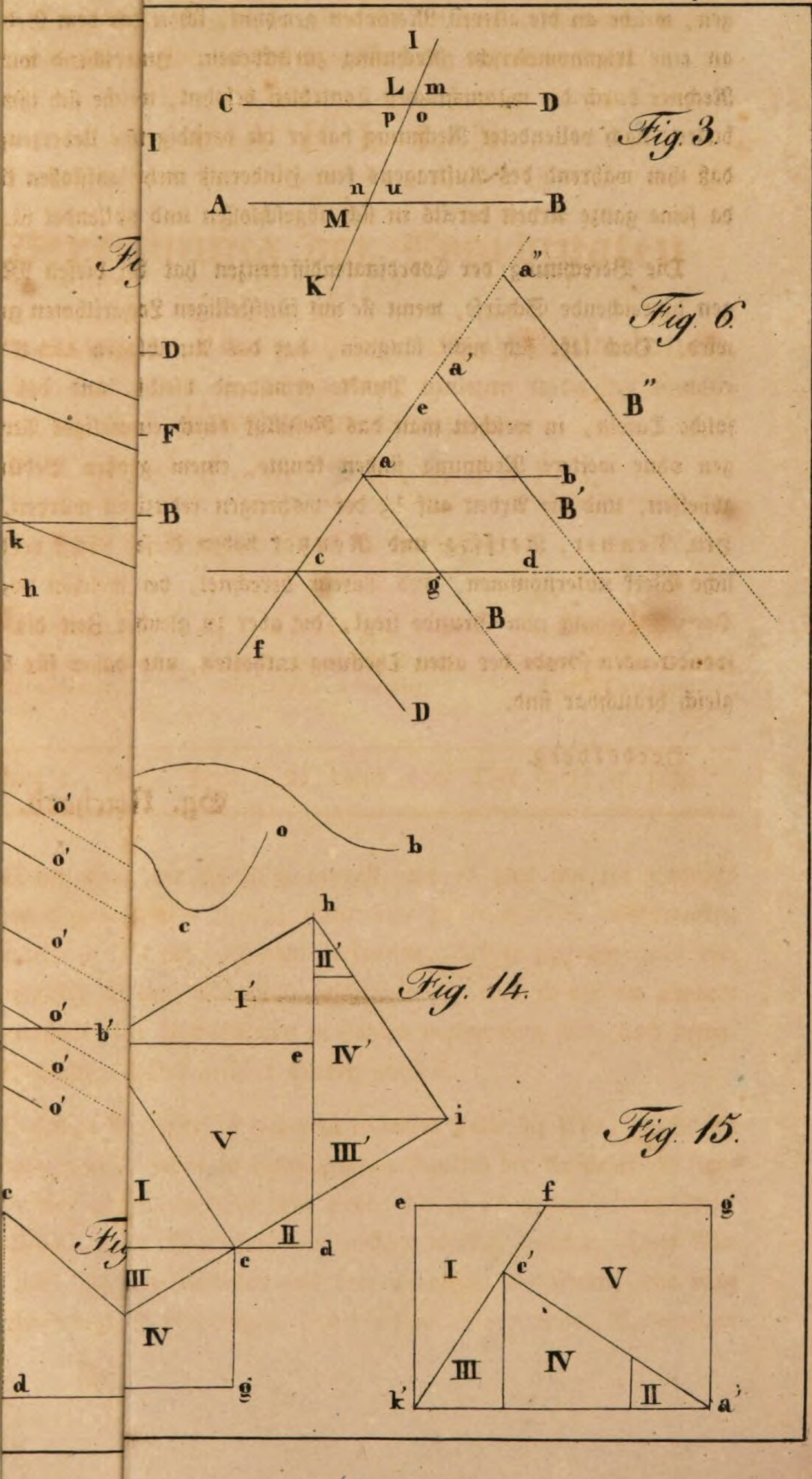


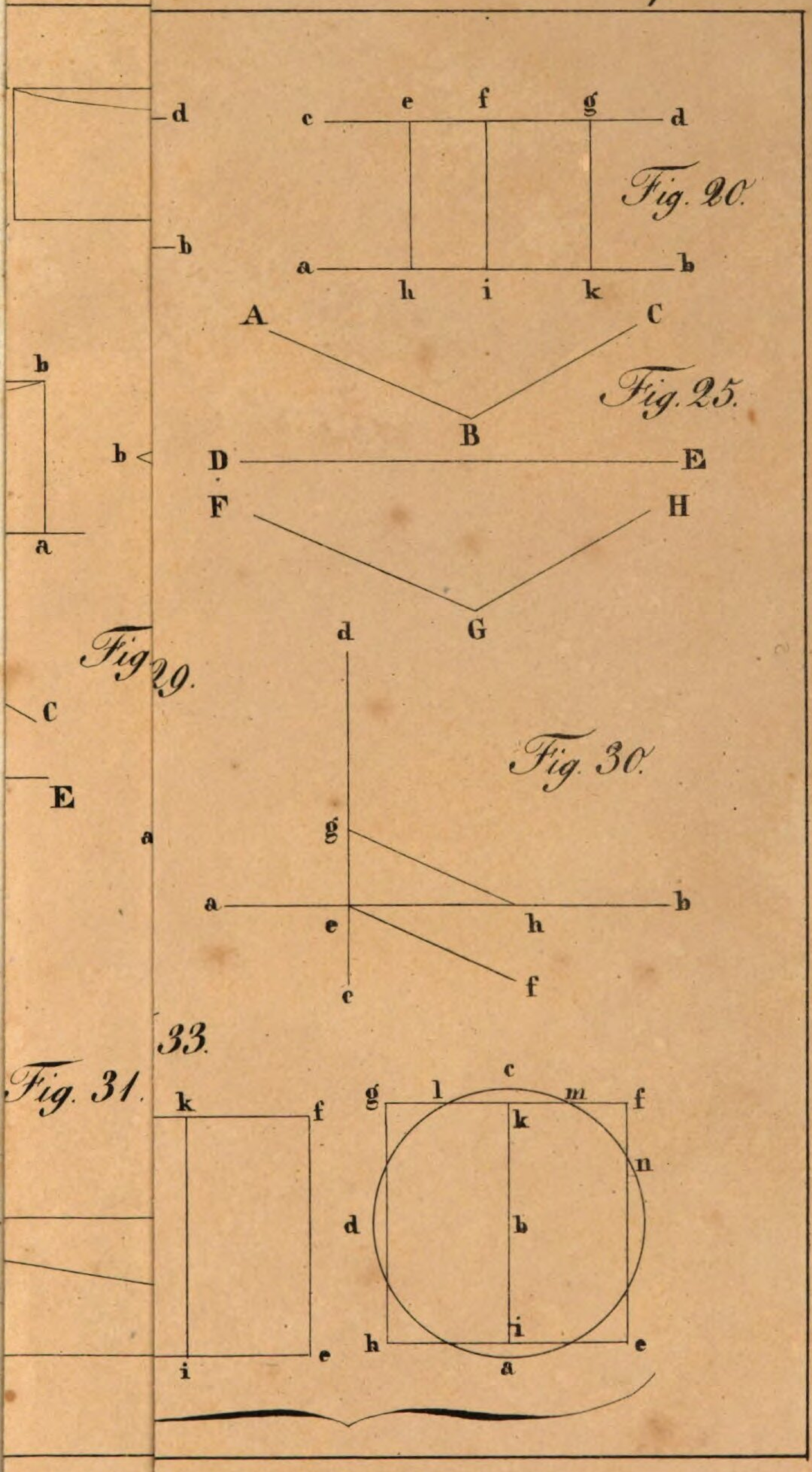
Fig. 3.

Fig. 6.

Fig. 14.

Fig. 15.

Tafel II.



BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Bürger, Johann Anton Philipp

Vollständig erwiesene, von den ältesten Zeiten bis jetzt noch unberichtigt gewesene Theorie der Parallellinien

Heidelberg 1833

Math.p. 58 s
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081539-8